Exame de Electromagnetismo e Óptica

Cursos de Química, Eng. Química, Eng. Biológica e Eng. do Ambiente

1ª Época – 17/1/2006

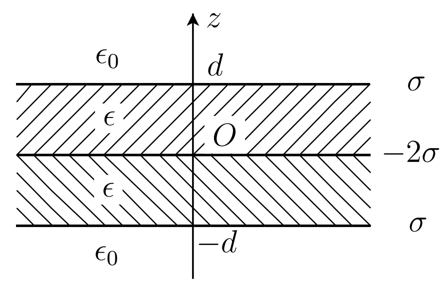
Não é permitido usar máquina de calcular

Duração do exame: 3 horas

I (5 valores)

Considere o sistema de três planos paralelos representados na figura, carregadas uniformemente com as densidades indicadas ($\sigma > 0$). A distância entre os planos, d, é muito menor que as dimensões dos planos, de tal forma que na região central, longe dos bordos, tudo se passa como se os planos fossem infinitos. O espaço entre os planos está preenchido com um dieléctrico linear isótropo e linear de constante dieléctrica ϵ.

a) Calcule $\vec{D}$, $\vec{E}$ e $\vec{P}$ para todos os pontos do espaço, situados na região central dos planos (longe dos bordos), e tais que, a sua distância aos planos é muito menor que as dimensões destes.



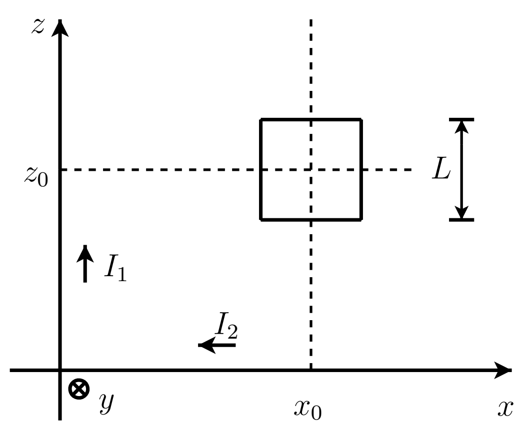
b) Determine a densidade de cargas de polarização junto ao plano superior.

c) Verifique a relação de descontinuidade para os vectores $\vec{E}$ e $\vec{D}$ no plano intermédio.

d) Determine o potencial electrostático para $0 < z < d$ admitindo que o potencial é nulo para $z = 0$. Qual o valor do potencial para $z < 0$?

II (4.5 valores)

Considere dois fios infinitos, coincidentes com os eixos dos z e dos x, percorridos por correntes estacionárias I_1 e I_2 com os sentidos indicados na figura. Os fios estão isolados no ponto de contacto. Suponha que no plano xOz se encontra uma espira quadrada de resistência R e lado L, com centro em ($x_0 = 3L, z_0 = 3L$). Determine:



a) O campo magnético $\vec{B}(x, z)$ para um ponto genérico do 1º quadrante do plano xOz.

b) O fluxo total que atravessa a espira quadrada.

c) A corrente induzida na espira, suposta fixa no plano, quando as correntes nos fios são $I_1 = I_0$ e $I_2 = I_0 \cos \omega t$, onde I_0 é constante e a frequência é suficientemente baixa para se poder aplicar a hipótese quase-estacionária. Discuta o sinal da corrente induzida no intervalo de tempo tal que $0 < \omega t < \pi/2$.

(v.s.f.f.)

III (5 valores)

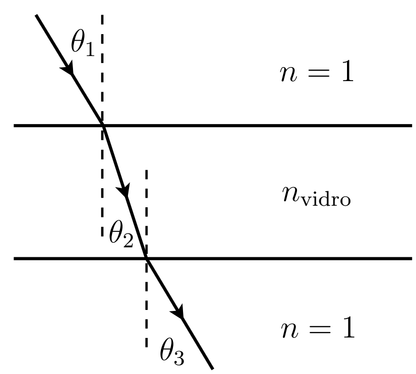
Uma onda plana electromagnética propaga-se num meio não condutor ($\sigma = 0$, $\mu_r = 1$, $\rho = 0$ e $\vec{J} = 0$). O campo $\vec{E}$ é dado por:

$$\begin{cases} E_x &= E_0 \sin\left[\omega t - |\vec{k}|\alpha\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\,x + c_1\sqrt{\frac{2}{3}}\,z\right)\right] \\ E_y &= c_2 E_0 \cos\left[\omega t - |\vec{k}|\alpha\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\,x + c_1\sqrt{\frac{2}{3}}\,z\right)\right] \\ E_z &= E_0 \sin\left[\omega t - |\vec{k}|\alpha\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\,x + c_1\sqrt{\frac{2}{3}}\,z\right)\right] \end{cases}$$

a) Determine α e c_1 de forma a que as expressões correspondam de facto a uma onda plana electromagnética.
b) Qual a direcção de propagação da onda? Se não determinou c_1 exprima o resultado em função desta constante.
c) Qual a polarização da onda para $c_2 = 0$? Para outros valores de $c_2 \neq 0$, que tipos de polarização podemos ter? Justifique.
d) Escreva as componentes do campo magnético $\vec{H}$ para $c_2 = 0$.

IV (4 valores (+1 de bónus))

Considere uma lâmina de vidro de faces paralelas, imersa no ar que consideramos ter índice de refracção $n = 1$. Sobre essa lâmina incide uma onda com ângulo de incidência θ_1, conforme indicado na figura. O raio que sai da lâmina faz um ângulo θ_3 com a normal à lâmina.
a) Mostre que o raio incidente é paralelo ao raio transmitido, isto é, $\theta_1 = \theta_3$.
b) Vimos que quando a onda incidente numa superfície de separação está polarizada linearmente com o campo $\vec{E}$ paralelo ao plano de incidência (o plano formado pelo vector de onda da onda incidente e pela normal ao plano de separação) não há onda reflectida quando $i_B + r = \pi/2$, sendo i_B o ângulo de Brewster. Exprima o ângulo de Brewster em função do índice de refracção do vidro para a incidência na superfície ar→vidro.
c) Mostre que nas condições da alínea b) se $\theta_1 = i_B$, então não há onda reflectida nem para a incidência na superfície ar→vidro nem para a incidência na superfície vidro→ar (face inferior da lâmina).



d)**Bónus de 1 valor.** Mostre que para qualquer ângulo de incidência $0 \leq \theta_1 < \pi/2$, nunca há reflexão total na superfície inferior da lâmina de faces paralelas.

V (1.5 valores)

Para uma onda electromagnética propagando-se num meio linear, homogéneo e isótropo, encontre a relação entre o vector de Poynting $\vec{S}$ e a densidade de energia electromagnética. Justifique a resposta.