Exame de Electromagnetismo e Óptica

Cursos de Química, Eng. Química, Eng. Biológica e Eng. do Ambiente

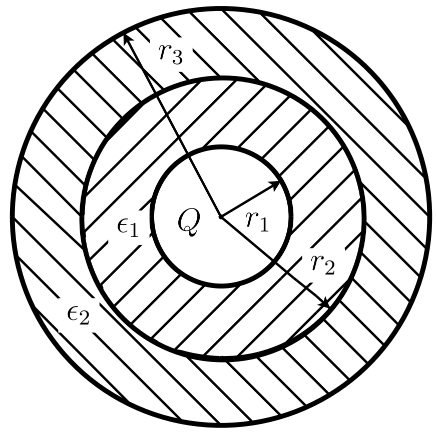
2ª Época – 4/2/2006

Não é permitido usar máquina de calcular

Duração do exame: 3 horas

I (5 valores)

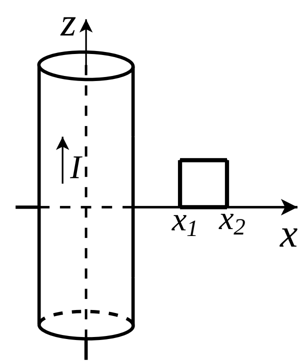
Considere uma esfera **condutora** maciça, de raio r_1, carregada com carga $Q > 0$. Envolvendo este condutor estão duas camadas de dielétricos.
Conforme indicado na figura, a primeira ocupa o espaço $r_1 < r < r_2$ e tem constante dielétrica ϵ_1. A segunda ocupa o espaço $r_2 < r < r_3$ e tem constante dielétrica $\epsilon_2 > \epsilon_1$.



a) Determine os campos vectoriais $\vec{D}, \vec{E}, \vec{P}$ em todo o espaço, $0 < r < \infty$.
b) Determine o potencial electrostático num ponto à distância $r = 2r_3$ da origem.
c) Determine a densidade de carga de polarização na **superfície interior** do dieléctrico de constante ϵ_2, isto é em $r = r_2$.
d) Faça um gráfico aproximado da variação de $|\vec{E}|$ com r.

II (4.5 valores)

Considere um condutor cilíndrico **infinito** de raio a percorrido por uma corrente I estacionária, **uniformemente** distribuída pela secção. A uma distância a da superfície do cilindro encontra-se uma espira quadrada de lado a, conforme indicado na figura. O plano da espira é o plano xOz indicado, e $x_1 = 2a$, $x_2 = 3a$.



a) Descreva as linhas de campo de $\vec{B}$. Calcule $\vec{B}$ num ponto genérico $P(x, z)$ no **1º quadrante** do plano xOz (considere pontos dentro e fora do cilindro).
b) Calcule o fluxo que atravessa a espira quadrada.
c) Considere agora a corrente é da forma $I = I_0 \cos \omega t$ com uma frequência suficientemente baixa para se poder aplicar a hipótese quase-estacionária. Calcule a corrente induzida na espira, indicando o seu sentido no intervalo de tempo tal que, $0 < \omega t < \pi/2$, sabendo que a resistência da espira é R.

III (5 valores)

Uma onda plana electromagnética propaga-se num meio não condutor ($\sigma = 0$, $\mu_r = 1$, $\rho = 0$ e

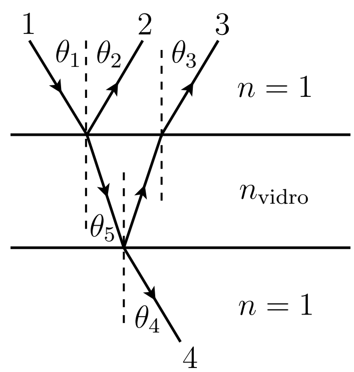
$\vec{J}=0$). O campo $\vec{E}$ é dado por:

$$\begin{cases} E_x &= c_1 E_0 \sin\left[\omega t - |\vec{k}|\left(\frac{1}{\sqrt{3}}x + \sqrt{\frac{2}{3}}y\right)\right] \\ E_y &= E_0 \sin\left[\omega t - |\vec{k}|\left(\frac{1}{\sqrt{3}}x + \sqrt{\frac{2}{3}}y\right)\right] \\ E_z &= c_2 E_0 \sin\left[\omega t - |\vec{k}|\left(\frac{1}{\sqrt{3}}x + \sqrt{\frac{2}{3}}y\right)\right] \end{cases}$$

a) Qual a direcção de propagação da onda?
b) Determine c_1 de forma a que as expressões correspondam de facto a uma onda plana electromagnética.
c) Qual a polarização da onda para $c_2 = 0$? Quais os tipos de polarização possíveis para $c_2 \neq 0$? Justifique.
d) Escreva as componentes do campo magnético para o caso $c_2 = 0$.

IV (4 valores (+1 de bónus))

Considere uma lâmina de vidro de faces paralelas, imersa no ar que consideramos ter indíce de refração $n = 1$. Sobre essa lâmina incide uma onda com ângulo de incidência θ_1, conforme indicado na figura. Os ângulos dos diferentes raios reflectidos e transmitidos estão também indicados na figura



a) Mostre que o raio incidente 1 é paralelo ao raio transmitido 4 e que os dois raios reflectidos 2 e 3 são paralelos, isto é, $\theta_1 = \theta_4$ e $\theta_2 = \theta_3$.
b) O índice de refracção do vidro depende do comprimento de onda da radiação. Isto quer dizer que cores diferentes são reflectidas e refractadas com ângulos ligeiramente diferentes. Use o resultado da alínea a) para explicar porque é que uma lâmina de faces paralelas não serve para separar a luz branca nas suas componentes monocromáticas.
c) Considere que a percentagem da energia que é reflectida é 15% e é igual em cada uma das superfícies paralelas. Desprezando as reflexões secundárias, determine a percentagem de energia transmitida através da lâmina.
d)**Bónus de 1 valor.** Se R designar a percentagem de energia reflectida e T a percentagem de energia transmitida, mostre que se somasse todas as reflexões secundárias obtinha que a percentagem total de energia transmitida seria dada por $T/(1+R)$. Compare com o que obteve em c).

V (1.5 valores)

Considere um dipolo eléctrico formado por 2 cargas iguais e de sinais contrários $\pm q$, separadas por uma distância d. Suponha que as 2 cargas estão rigidamente ligadas mas podem rodar solidariamente. Mostre que quando colocado num campo exterior $\vec{E}$ o dipolo se tende a alinhar com o campo $\vec{E}$.

Formulário

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots \quad \text{para} \quad |x| < 1$$