

Problemas Capítulo 5

Polarização

5.1 Considere um gás de hidrogénio atómico a 0° C e à pressão de 1 atmosfera. Compare o valor experimental da permitividade relativa nessas condições

$$\epsilon_r^{\text{exp}} = 1.00026$$

com o obtido a partir da expressão

$$\epsilon_r^{\text{teo}} = 1 + N\alpha_{\text{átomo}},$$

onde

$$\alpha_{\text{átomo}} = \frac{e^2}{\epsilon_0 m \omega_0^2}.$$

Sugestão: Para o átomo de hidrogénio, a energia de excitação é $E_0 = 13.6 \text{ eV} = 2.18 \times 10^{-18} \text{ J}$. Use a relação $E_0 = \frac{h}{2\pi} \omega_0$ para calcular ω_0 .

5.2 O vapor de água é um gás cuja permitividade exibe uma apreciável dependência com a temperatura. A tabela seguinte dá valores experimentais relativos a este efeito.

T (K)	Pressão (cm de Hg)	$(\epsilon_r - 1) \times 10^5$
393	56.49	400.2
423	60.93	371.7
453	65.34	348.8
483	69.75	328.7

Admitindo que o vapor de água obedece à lei dos gases ideais, calcule a polarizabilidade molecular como função inversa da temperatura. Faça um gráfico dessa dependência. Do coeficiente angular da curva deduza o valor do dipolo permanente da molécula de água.

5.3 A permitividade relativa do hélio a 0° C e à pressão de 1 atm é $\epsilon_r = 1.00074$. Calcule o momento dipolar eléctrico induzido em cada átomo de hélio, quando o gás se encontra num campo eléctrico de intensidade 10^2 V/m . Compare o resultado com um momento dipolar permanente típico de 1 debye = $3.336 \times 10^{-30} \text{ Cm}$.

5.4 Calcule o índice de refração dum gás ideal não polar em que $\alpha_{\text{molecular}} = 10^{-28} \text{ m}^3$ à pressão de 1 atm e temperatura de 300 °K.

5.5 Calcule o índice de refração dum líquido de moléculas não polares para o qual $\alpha_{\text{molecular}} = 10^{-28} \text{ m}^3$ e com volume molar de $100 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$.

5.6 A função de Langevin é definida por

$$L(x) = \frac{\int_0^\pi \cos \theta e^{x \cos \theta} \sin \theta d\theta}{\int_0^\pi e^{x \cos \theta} \sin \theta d\theta}.$$

a) Mostre que $L(x) = \coth(x) - 1/x$.

b) Verifique que para $x \ll 1$ se obtém $L(x) \simeq \frac{1}{3}x$.

5.7 Calcule o valor do parâmetro $x = \frac{p_0 E}{k_B T}$ para $p_0 = 5 \times 10^{-30} \text{ Cm}$ e $|\vec{E}| = 10 \text{ kVcm}^{-1}$, à temperatura de 300 °K.

5.8 Considere uma mistura de sacarose ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) em água.

x	ρ (g/cm ³)	n (a 20° C)
0.00	0.9982	1.3330
0.30	1.1270	1.3811
0.50	1.2296	1.4200
0.085	1.4454	1.5033
1.00	1.5880	1.5577

Para esta mistura conhecem-se os valores indicados na tabela, onde x é a fracção em peso da sacarose, ρ é a densidade, e n o índice de refacção. Sejam α_1 e α_2 as polarizabilidades da água e da sacarose, respectivamente. A partir dos valores da tabela, verifique a lei de Clausius-Mossotti para as misturas.

5.9 Pegue num copo de água, junte-lhe umas (poucas) gotas de leite, e faça incidir a luz de uma lanterna sobre a superfície do copo. Po-

derá verificar que as ondas transmitidas são levemente avermelhadas e as ondas reflectidas levemente azuladas. Tente explicar este resultado, utilizando o modelo simples para um dieléctrico como uma colecção de pequenos osciladores, com frequência própria ω_0 . Poderá tomar o coeficiente de dissipação $\gamma \simeq 0$.

Meios Condutores

5.10 Considere um meio condutor e a lei de Ohm $\vec{J} = \sigma \vec{E}$. Mostre que a equação de ondas correspondente admite uma solução da forma

$$u = u_0 e^{i\omega t - \Delta z} .$$

Determine $\Delta = a + ib$ e interprete o resultado em termos de um índice de refacção complexo.