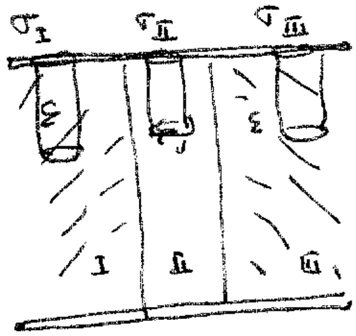
EcO TESTE E - 10/4/2006

a) Comecemos por admitir que os campos são perpendiculares aos condutores e verifiquemos se isso é consistente com as condições na fronteira. Na separação entre I e II e II e III devemos ter

$$(E_t)_I = (E_t)_{II} = (E_t)_{III} \qquad (1)$$

o que quer dizer que $\vec{E}$ é uniforme em todo o condensador. Para isso o $\vec{D}$ tem que ser diferente e as cargas devem redistribuir-se nos condutores para que isso seja verdade



$$|\vec{D}|_I S = \sigma_I S \Rightarrow |\vec{D}_I| = \sigma_I$$

$$|\vec{D}|_{II} S = \sigma_{II} S \Rightarrow |\vec{D}_{II}| = \sigma_{II} \qquad (2)$$

$$|\vec{D}_{III}| S = \sigma_{III} S \Rightarrow |\vec{D}_{III}| = \sigma_{III}$$

e portanto de (1)

$$\frac{\sigma_I}{\varepsilon} = \frac{\sigma_{II}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_{III}}{\varepsilon} \Rightarrow \sigma_{III} = \sigma_I$$

Por outro lado

$$Q = \sigma_I \left(\frac{3}{8}A\right) + \sigma_{II}\left(\frac{1}{4}A\right) + \sigma_{III}\left(\frac{3}{8}A\right)$$

e portanto

$$\begin{cases} \frac{3}{4}\sigma_I + \frac{1}{4}\sigma_{II} = \frac{Q}{A} \\ \frac{\sigma_I}{\varepsilon} = \frac{\sigma_{II}}{\varepsilon_0} \end{cases} \Rightarrow \quad \sigma_I = \frac{4\varepsilon}{3\varepsilon+\varepsilon_0}\frac{Q}{A} = \sigma_{III}, \qquad \sigma_{II} = \frac{4\varepsilon_0}{3\varepsilon+\varepsilon_0}\frac{Q}{A}$$