



Exame de Electromagnetismo e Óptica

Cursos de Química, Eng. Química, Eng. Biológica e Eng. do Ambiente
1ª Época – 18/1/2007

Não é permitido usar máquina de calcular

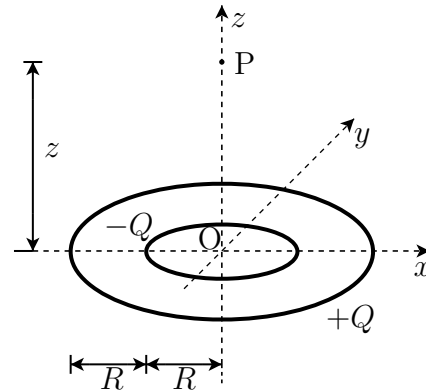
Duração do exame: 3 horas

I (5 valores)

Considere duas espiras assentes no plano xy dum referencial (isto é $z = 0$), conforme indicado na figura. A espira interior tem raio R e está carregada uniformemente com uma carga total $-Q$. A espira exterior tem raio $2R$ e está carregada uniformemente com uma carga total $+Q$. O ponto P encontra-se sobre o eixo dos zz , a uma distância z da origem.

- Determine o campo \vec{E} no ponto P .
- Determine o potencial electrostático no ponto P .
- Calcule o potencial electrostático no limite em que $z \gg R$.
- Determine o momento dipolar da distribuição. **Nota:** Pode usar o resultado da alínea anterior, ou directamente a definição de momento dipolar duma distribuição,

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n q_i \vec{r}_i$$



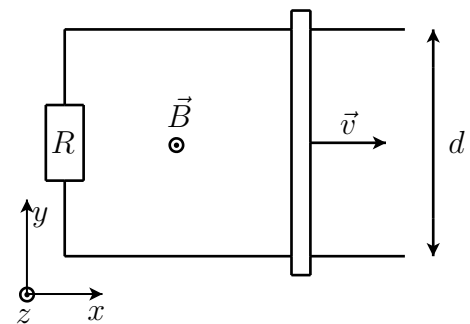
Para a alínea c) pode precisar do resultado ($\alpha \ll 1$),

$$\frac{1}{\sqrt{1 + c\alpha^2}} = 1 - \frac{1}{2}c\alpha^2 + \mathcal{O}(\alpha^4)$$

II (5 valores)

Considere dois carris condutores, paralelos entre si que se encontram a uma distância d colocados sobre o plano xy dum referencial. Os carris estão unidos, numa das extremidades por um condutor. O sistema tem uma resistência equivalente R . Uma barra, também condutora e de resistência desprezável desliza apoiada nos carris com uma velocidade constante $\vec{v} = v_o \vec{e}_x$, sem atrito, sob a acção duma força exterior. Existe um campo $\vec{B} = B\vec{e}_z$, uniforme na região ocupada pelo sistema. No instante $t = 0$ a barra encontra-se em $x = 0$.

- Calcule o fluxo que atravessa o circuito em função do tempo.
- Determine a intensidade da corrente induzida no circuito, indicando o seu sentido.
- Determine a força que o campo \vec{B} exerce sobre a barra móvel.
- Determine a potência correspondente ao trabalho da força aplicada sobre a barra para a manter em movimento. Mostre que é igual à potência dissipada por efeito de Joule no circuito ($P_{\text{Joule}} = RI^2$).



III (5 valores)

Considere uma onda electromagnética plana monocromática com frequência $f = 6 \times 10^{14}$ Hz que se propaga no vazio ($c = 3 \times 10^8$ m/s). O campo \vec{H} da onda é dado por

$$\begin{cases} H_x = \sqrt{2}H_0 \cos \left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{1}{\sqrt{2}}y - \frac{1}{\sqrt{2}}z \right) + \delta \right] \\ H_y = H_0 \cos \left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{1}{\sqrt{2}}y - \frac{1}{\sqrt{2}}z \right) \right] \\ H_z = H_0 \cos \left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{1}{\sqrt{2}}y - \frac{1}{\sqrt{2}}z \right) \right] \end{cases}$$

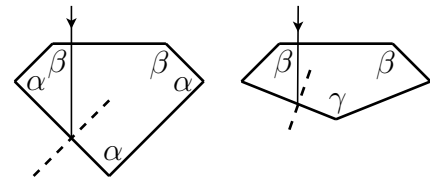
Determine:

- A direcção de propagação da onda.
- O comprimento de onda.
- Determine o valor de δ para que a onda tenha uma polarização circular esquerda (sentido anti-horário).
- O campo \vec{E} da onda. Verifique que $\vec{E} \cdot \vec{n} = 0$.
- O valor médio do vector de Poynting em função de H_0 e da impedância de onda $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$.

IV (3 valores)

Considere dois prismas de diamante ($n = 2.4$) com as secções representadas na Figura. Os prismas estão no ar ($n = 1$). Os raios luminosos incidem normalmente na superfície superior dos dois prismas.

- Explique por que razão, dentro do prisma, o raio continua perpendicular à superfície superior, isto é, porque é que o ângulo de refacção nessa superfície é nulo.
- Desenhe para cada um dos prismas a trajectória do raio luminoso até conseguir sair do prisma. Considere só as reflexões necessárias até que isso aconteça a primeira vez.
- Explique porque razão os diamantes usados em anéis devem ser cortados no formato da figura do lado esquerdo.



$$\alpha = \pi/2, \beta = 3\pi/4, \gamma = 5\pi/6$$

Nota: $\arcsin(1/2.4) = 0.43$ rad = 24.6° ; $\arcsin(2.4 \sin(\pi/12)) = 0.67$ rad = 38.4°

V (2 valores)

O sinal – na lei de Faraday, $\mathcal{E} = -d\Phi/dt$, é conhecido por lei de Lenz. Por vezes este sinal é interpretado dizendo que a **Natureza é conservadora, pois tende a reagir de modo a que não haja mudança**. Explique esta afirmação usando para isso um exemplo à sua escolha.