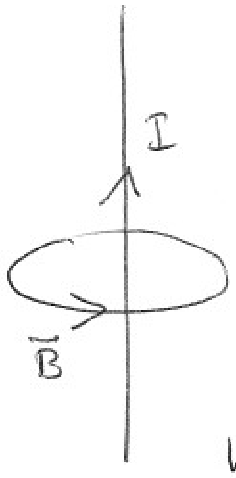
2º Teste EeO – Versão A (29/11/2006)

a) O campo dum fio infinito pode ser obtido pela lei de Ampère, sabendo que as linhas de campo são circunferências e que o $|\vec{B}|$ tem o mesmo valor em todos os pontos à mesma distância do fio.



$$\oint_P \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

(Sinais e sentidos de acordo com o T. de Stokes)

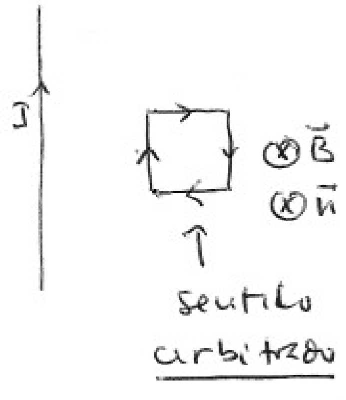
logo:

$$|\vec{B}|\, 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow |\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$ ← distância ao fio

Na posição da espira:

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}\,\vec{e}_y}$$

b) Escolha: $\vec{n} \parallel \vec{B} = \vec{e}_y$



$$\Phi = \int_S \vec{B}\cdot\vec{n}\, dS = \int |\vec{B}|\, dS$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} I \int_a^{2a} dz \int_a^{2a} dx\, \frac{1}{x}$$

$$\boxed{\Phi = \frac{\mu_0}{2\pi} I\, a \ln 2}$$

c) (mesmas convenções):

$$\Phi(t) = \int_{a+v_0 t}^{2a+v_0 t} dz \int_{a+v_0 t}^{2a+v_0 t} dx\, \frac{\mu_0}{2\pi} I \frac{1}{x}$$

logo

$$\boxed{\Phi(t) = \frac{\mu_0}{2\pi} I \, a \ln\left(\frac{2a + v_0 t}{a + v_0 t}\right)}$$

d) $\mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi}{dt}$

logo

$$\mathcal{E} = -\frac{\mu_0}{2\pi} I a \frac{1}{\frac{2a + v_0 t}{\cancel{a + v_0 t}}} \frac{v_0 (a + v_0 t) - v_0 (2a + v_0 t)}{(a + v_0 t)^{\cancel{2}}}$$

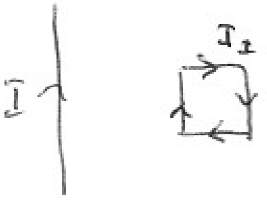
$$= \frac{\mu_0}{2\pi} I v_0 a^2 \frac{1}{(2a + v_0 t)(a + v_0 t)}$$

e portanto

$$\boxed{I_I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{R} \frac{v_0 a^2}{(2a + v_0 t)(a + v_0 t)}}$$

corrente induzida

Como $I_I > 0$, devemos ter que o sentido corrente (real) é o escolhido à partida, isto é:



Como a velocidade segundo z (paralela à corrente) não intervém no problema, nada vai mudar. Os resultados são assim os mesmos. Por exemplo

c)

$$\Phi(t) = \frac{\mu_0}{2\pi} I \int_{a-v_0 t}^{2a-v_0 t} dz \int_{a+v_0 t}^{2a+v_0 t} dx \, \frac{1}{x}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} I \, a \ln\left(\frac{2a+v_0 t}{a+v_0 t}\right)$$