



Exame de Electromagnetismo e Óptica

Cursos Eng. de Materiais, Eng. Biológica e Eng. Geológica e Mineira
1ª Época – 30/6/2007

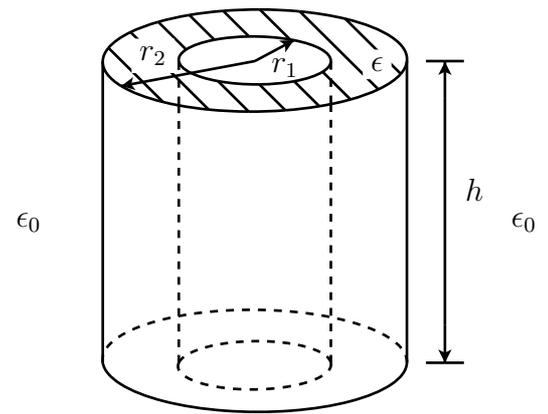
Não é permitido usar máquina de calcular

Duração do exame: 3 horas

I (5 valores)

Considere um cilindro **condutor infinito**, de raio r_1 carregado com uma densidade de carga em superfície $\sigma > 0$. A envolver o cilindro, entre os raios r_1 e r_2 , encontra-se um material dieléctrico de constante dieléctrica ϵ . Na figura encontra-se representada (para efeitos de visualização) uma secção de altura h deste **conjunto de altura infinita**.

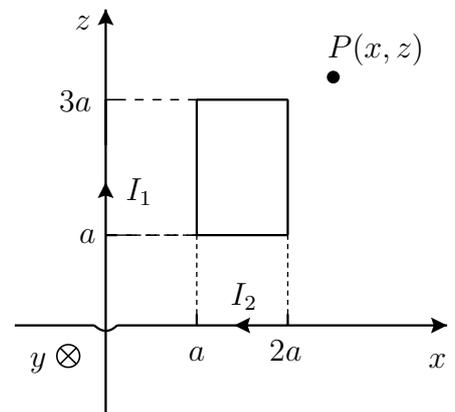
- Determine os campos \vec{D} , \vec{E} e \vec{P} em todos os pontos do espaço, isto é, para $0 < r < \infty$.
- Determine a densidade de carga de polarização σ'_2 na superfície exterior ($r = r_2$) do material dieléctrico.
- Mostre que a descontinuidade do campo \vec{E} em $r = r_2$ se pode escrever, $E_{n2} - E_{n1} = \frac{\sigma'_2}{\epsilon_0}$, onde σ'_2 é a densidade de carga de polarização em $r = r_2$.
- Sabendo que o potencial se anula no condutor, determine o potencial para $0 < r < \infty$.
- Faça um gráfico aproximado da variação de $|\vec{E}|$ e do potencial com r para $0 < r < \infty$.



II (5 valores)

Considere dois fios rectilíneos infinitos percorridos por correntes estacionárias I_1 e I_2 , existentes no plano xz , conforme indicado na figura.

- Para as correntes I_1 e I_2 com os sentidos indicados, calcule \vec{B} num ponto genérico $P(x, z)$ do **1º quadrante** do plano xz .
- Considere $I_1 = I_0$ e $I_2 = 0$. Calcule o fluxo que atravessa a espira rectangular. Qual o coeficiente de indução mútua entre o fio percorrido pela corrente I_1 e a espira?
- Considere agora que se tem $I_1 = 0$ e $I_2 = I_0 \cos \omega t$. Determine o fluxo $\Phi(t)$ que atravessa a espira no instante t .
- Nas condições da alínea c) determine a corrente induzida na espira, sabendo que a sua resistência é R ? Determine o seu sentido no intervalo de tempo $0 < \omega t < \pi/2$.



III (5 valores)

Uma onda electromagnética plana propaga-se num meio dieléctrico ($\mu_r = 1$). O seu campo \vec{H} é dado por

$$\begin{cases} H_x = H_0 \sin [\omega t - |\vec{k}| (\alpha x + \beta z)] \\ H_y = H_0 \sin [\omega t - |\vec{k}| (\alpha x + \beta z) + \delta] \\ H_z = H_0 \sin [\omega t - |\vec{k}| (\alpha x + \beta z)] \end{cases},$$

onde $\omega = 3 \times 10^6$ rad/s, $|\vec{k}| = 2 \times 10^{-2}$ m $^{-1}$, $\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ e $H_0 = 10^{-3}$ A/m.

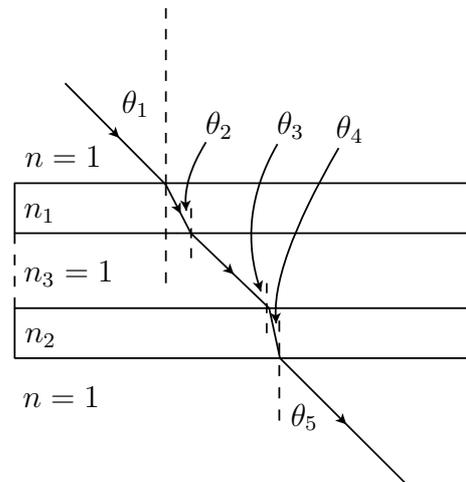
Determine:

- A constante α de modo a que a expressão para \vec{E} corresponda de facto a uma onda plana electro-magnética.
- A direcção de propagação da onda.
- Determine o valor de δ para que a onda tenha uma polarização linear.
- O campo \vec{E} da onda. Verifique que $\vec{E} \cdot \vec{n} = 0$.
- O valor médio do vector de Poynting em função de H_0 e da impedância de onda $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$.

IV (3 valores)

Considere duas lâminas de faces paralelas, com índices de refração, n_1 e n_2 , respectivamente, imersas no vazio e colocadas paralelamente, conforme indicado na figura.

- Considerando que o material entre as duas lâminas é também o vazio, isto é, $n_3 = 1$ conforme indicado na figura, determine sucessivamente a relação entre θ_1 , θ_2 , θ_3 , θ_4 e θ_5 . Utilize estas expressões para encontrar a relação entre θ_1 e θ_5 .
- Nas condições da figura qual dos dois índices, n_1 ou n_2 é o maior?
- Considere agora que $n_3 = \frac{1}{2}(n_1 + n_2)$. Qual a relação entre θ_1 e θ_5 ?
- Considere novamente $n_3 = 1$. Sabendo que para a primeira lâmina o coeficiente de reflexão é R_1 e para a segunda lâmina é R_2 , escreva uma expressão para a percentagem de energia transmitida através do conjunto, desprezando as reflexões múltiplas.



V (2 valores)

O teorema de Poynting tem a seguinte forma diferencial

$$-\frac{du_{em}}{dt} = \vec{\nabla} \cdot \vec{S} + \vec{E} \cdot \vec{J}$$

onde u_{em} é a densidade de energia electromagnética, \vec{S} o vector de Poynting, \vec{E} o campo eléctrico e \vec{J} o vector densidade de corrente eléctrica. Integre num volume V finito e explique o significado físico de cada um dos termos.