Exame de Electromagnetismo e Óptica

Cursos Eng. de Materiais, Eng. Biológica e Eng. Geológica e Mineira

2ª Época – 19/7/2007

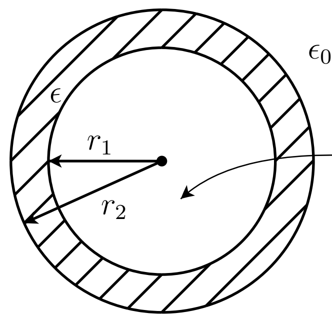
Não é permitido usar máquina de calcular

Duração do exame: 3 horas

I (5 valores)

Um **condutor** esférico **maciço**, de raio r_1 está carregado com carga total $+Q$. Um dieléctrico de permitividade ϵ, **preenche o espaço** entre **duas superfícies esféricas** de raios r_1 e r_2 conforme indicado na figura. O espaço exterior ao dieléctrico é o vazio (permitividade ϵ_0).

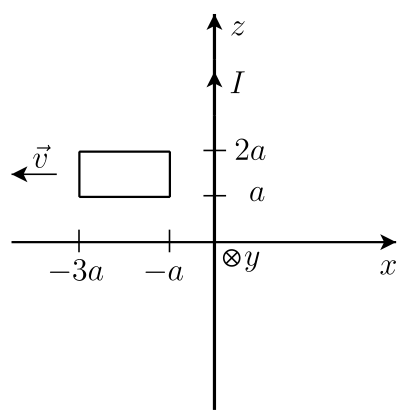
a) Determine os campos $\vec{D}$, $\vec{E}$ e $\vec{P}$, em todos os pontos do espaço, $0 < r < \infty$.
b) Calcule as cargas de polarização na superfície $r = r_2$ do dieléctrico.
c) Calcule o potencial electrostático em $r = r_1$.
d) Faça um gráfico aproximado da variação de $|\vec{E}|$ e $\phi(r)$ com r para $0 < r < \infty$.



II (5 valores)

Considere um fio rectilíneo infinito colocado segundo o eixo dos z dum referencial e percorrido por uma corrente estacionária I. No plano xz encontra-se uma espira condutora rectangular de lados a e $2a$, conforme indicado na figura. A espira inicialmente, ($t = 0$), encontra-se em repouso na posição indicada na figura.

a) Determine o campo $\vec{B}$ na região onde se encontra a espira.
b) Determine o fluxo que atravessa a espira nesse instante ($t = 0$).
c) Considere agora que a espira se move com uma velocidade $\vec{v} = -v_0\,\vec{e}_x$, conforme indicado na figura. Nestas condições determine o fluxo que atravessa a espira em função do tempo.
d) Sabendo que a espira tem uma resistência R, determine a corrente induzida na espira indicando o seu sentido.



III (5 valores)

Uma onda electromagnética plana propaga-se num meio dieléctrico ($\mu_r = 1$). O seu campo $\vec{E}$ é dado por

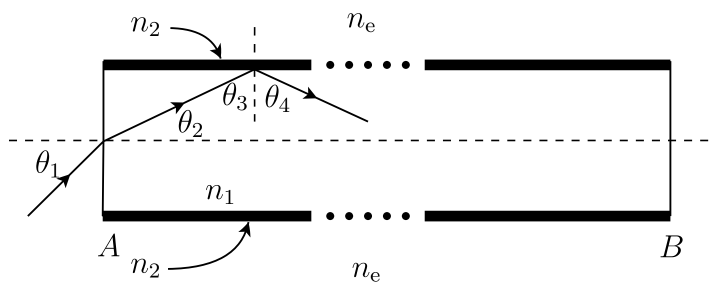
$$\begin{cases} E_x = -E_0 \cos\left[\omega t - |\vec{k}|\,(\alpha x + \beta y)\right] \\ E_y = E_0 \cos\left[\omega t - |\vec{k}|\,(\alpha x + \beta y)\right] \\ E_z = \sqrt{2}E_0 \cos\left[\omega t - |\vec{k}|\,(\alpha x + \beta y) + \delta\right] \end{cases} ,$$

onde $\omega = 4 \times 10^6$ rad/s, $|\vec{k}| = 2 \times 10^{-2}$ m^{-1}, $\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ e $E_0 = 10^{-3}\, V/m$.
Determine:

a) A constante α de modo a que a expressão para $\vec{E}$ corresponda de facto a uma onda plana electromagnética.
b) A direcção de propagação da onda.
c) O valor de δ para que a onda tenha uma polarização circular direita (sentido horário).
d) O campo $\vec{H}$ da onda. Verifique que $\vec{H} \cdot \vec{n} = 0$.
e) O valor médio do vector de Poynting em função de E_0 e da impedância de onda $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$.

IV (3 valores)

Uma fibra óptica é constituída por um núcleo central de índice n_1 revestido por um outro material (*cladding*) de índice $n_2 < n_1$, conforme indicado na figura, onde se representa em corte um troço duma fibra cilíndrica, imersa no vazio ($n_\mathrm{e} = 1$).



a) Qual o ângulo $\theta_1^{\max}$ tal que, para todo $\theta_1 < \theta_1^{\max}$, a fibra transmite a totalidade da luz que entra na na secção A. Exprima o resultado em termos dos índices de refracção.
b) Se o coeficiente de reflexão nas superfícies A e B for $R = 0.1$, qual a percentagem da energia incidente em A que sai em B quando $\theta_1 < \theta_1^{\max}$.
c) Explique o papel do revestimento. Para isso imagine que nalguma zona do percurso da fibra, longe das secções A e B, esta se encontra dentro de água, isto é, nessa zona $n_2 < n_\mathrm{e} = 1.33 < n_1$. Discuta se os resultados da alínea a) são alterados, justificando. Compare com o que obteria de não houvesse o revestimento.

V (2 valores)

Mostre que o raio transmitido através dum lâmina de vidro de faces paralelas é paralelo ao raio incidente. Supondo que a lâmina está imersa no vazio ($n_\mathrm{vidro} > n_\mathrm{vazio} = 1$), mostre também que nunca pode haver reflexão total em qualquer das duas faces da lâmina.