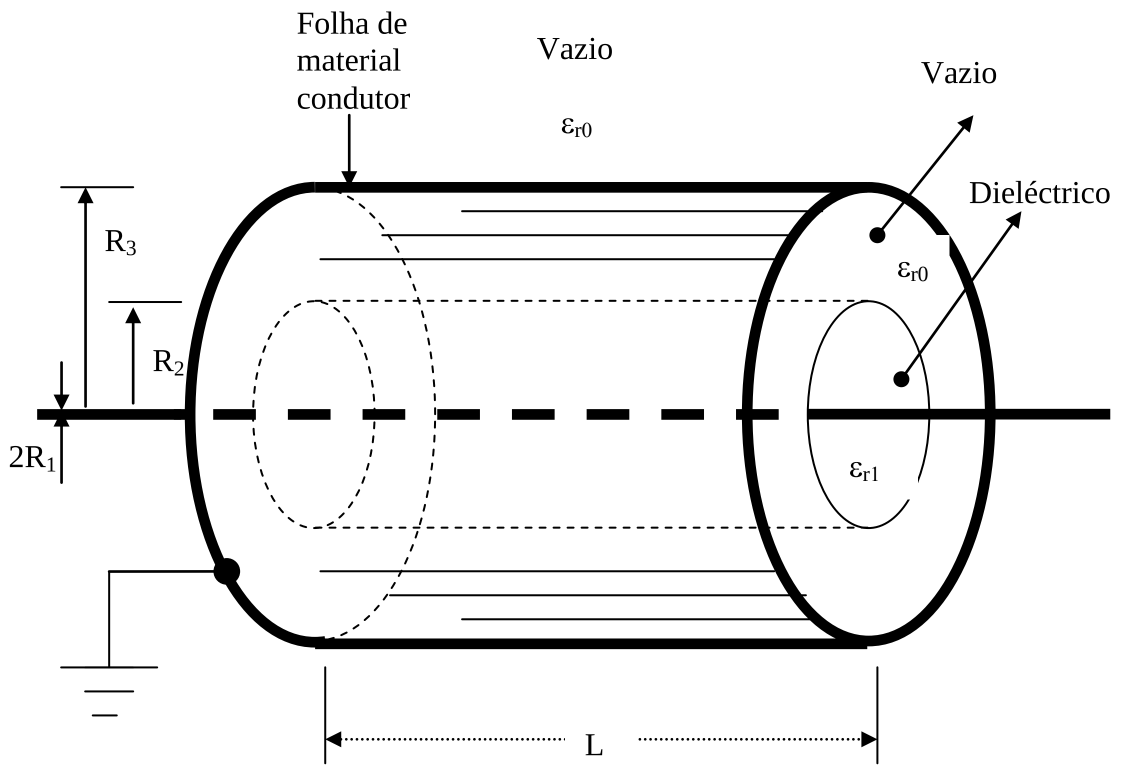
1º Exame de Electromagnetismo e Óptica

Cursos : LEAmb, LEMat, LQuim
Prof. Jorge Crispim Romão (responsável)
Prof. Amilcar Praxedes
19/01/2007, 9:30h . Duração: 3 horas

Versão A

I

Um fio condutor com secção recta de raio R_1, está carregado uniformemente com uma densidade de carga $\lambda>0$.
Na figura apresenta-se um troço de comprimento L.
Desde o raio R_1 e até ao raio R_2 o espaço que rodeia o fio é ocupado por um dieléctrico, $\varepsilon_{r1} > 1$.
A partir desse raio R_2 e até ao raio R_3 e deste até ao infinito o espaço é o vazio, $\varepsilon_{r0}=1$.



Uma folha cilíndrica, de **material condutor,** de raio R_3**,** com uma espessura $\delta \ll R_3$, tem o eixo coincidente com o eixo do **fio condutor** rodeando-o. Esta folha conductora encontra-se ligada à Terra.

Na resolução do problema considere a aproximação de fio infinito, $L \gg R_3$.

[1] a) Deduza a expressão analítica para o vector Deslocamento Eléctrico, **D**, num ponto P no interior do dieléctrico tal que $r = ½ R_2$.

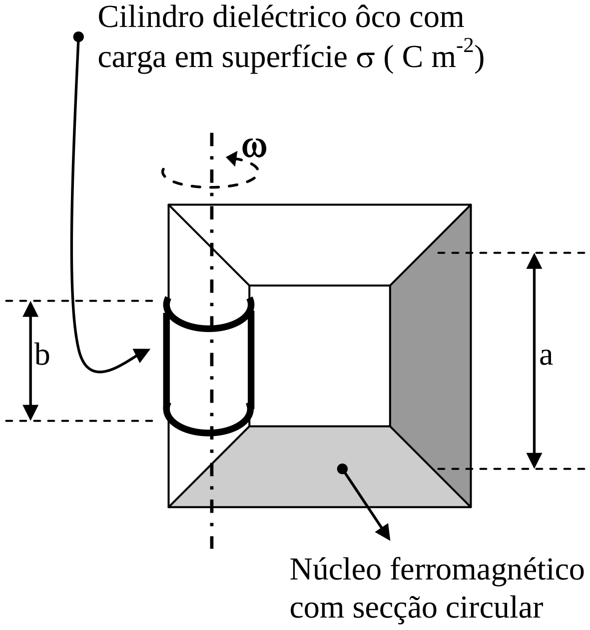
[1] b) Determine o valor do potencial, V_{R1}, a que se encontra o fio de raio R_1.

[1] c) Determine o valor da densidade de carga de polarização, σ'_2 , na superfície exterior do dieléctrico, $r = R_2$.

[1] d) Relacione a expressão para a carga de polarização σ'_2 na superfície exterior do dieléctrico, $r = R_2$, com a descontinuidade da componente normal do Campo Eléctrico **E** nessa superfície.

Dados: L= 1m ; R_1=0,002m; R_2=0,01 m; R_3=0,06 m; $\lambda = +2\times10^{-9}$ C m^{-1} ; ε_{r1}=2;
ε_0= 8,854 x 10^{-12} F m^{-1}; $(1/ 4 \pi \varepsilon_0) = 9 \times 10^9$ F^{-1} m.

II



Um tubo ôco de material dieléctrico roda em torno do seu eixo à velocidade angular constante $|\boldsymbol{\omega}|$=5000 r.p.m. (r.p.m.: rotações por minuto).

O tubo tem secção recta circular de raio R_1=3cm e comprimento b=10cm.

Foi "colocada" uma carga Q>0 neste cilindro tal que a densidade de carga em superfície, que iremos supor uniforme, será σ =50 nC m^{-2}.

O tubo dieléctrico roda num dos braços de um núcleo de material ferromagnético de secção circular ($R \cong R_1$) e de permiabilidade magnética relativa μ_r=4000.

O papel deste núcleo é de "orientar" as linhas de Campo de Indução Magnética, **B**, ao longo do material ferromagnético "obrigando-as" a ficar dentro da sua estrutura.

O perímetro da linha central do núcleo é : $4*a$ =60cm.

[1] a) Determine <u>o valor da intensidade do Campo de Indução Magnética,</u> |**B**|, criado no eixo do tubo ôco.

[1] b) Considere agora que <u>o tubo é substituido por um solenoide</u> com as mesmas dimensões, R_1 e b, tendo N=100 espiras, sendo percorrido por uma corrente I=0,785 nano Ampères. Estime o <u>valor do coeficiente de auto indução</u>, L, do solenoide. Faça as aproximações que considerar convenientes.

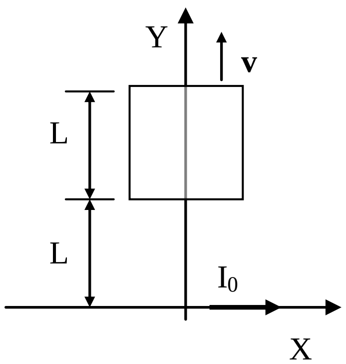
Dados: $\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}$ H m^{-1}.

III

Considere um fio sobre o eixo dos XX do referencial XY indicado na figura e que é percorrido por uma corrente estacionária I_0= 4 A.

Uma espira quadrada de lado L=4 cm desloca-se, no plano do referencial, segundo o eixo dos YY, com velocidade constante $\mathbf{v}=2\,\text{ms}^{-1}\,\mathbf{e_y}$.

No instante inicial, t=0, a espira encontra-se na posição indicada na figura.



[1] a) Deduza para o semi-plano y>0, a <u>expressão analítica</u> para o Campo de Indução Magnética **B** indicando a sua direcção e sentido.

[1] b) Deduza a <u>expressão analítica</u> para o fluxo de **B** que atravessa a espira no instante t > 0.

[2] c) Determine <u>o valor da corrente induzida</u>, I_{ind}, no instante t = 2 s, sabendo que a espira tem uma resistência de 10 kΩ. <u>Explicite o sentido</u> da corrente induzida.

IV

Uma onda electromagnética plana monocromática propaga-se num meio dieléctrico ($\mu_r = 1$).
O Campo Eléctrico, **E**, é dado por :

$$E_x = E_0 \cos[\omega t + |\mathbf{k}|(\alpha x + \tfrac{1}{\sqrt{3}} y)] \quad (\text{em que } \alpha \geq 0)$$
$$E_y = c_1 E_0 \cos[\omega t + |\mathbf{k}|(\alpha x + \tfrac{1}{\sqrt{3}} y)]$$
$$E_z = c_2 E_0 \,\text{sen}[\omega t + |\mathbf{k}|(\alpha x + \tfrac{1}{\sqrt{3}} y)]$$

$f_0 = 5 * 10^{14}$ Hertz (medido no vazio); $\lambda = 400$ nm (medido no meio);

[1] a) A direcção e sentido de propagação da onda.

[1] b) O valor da constante c_1 de modo a que a expressão para **E** corresponda de facto a uma onda plana electromagnética.

[2] c) O valor da constante c_2 de modo a que a onda esteja polarizada circular esquerda.

[1] d) Sabendo que a onda tem uma irradiância (valor médio do vector de Poynting) de 0,6picoWatts cm^{-2}, determine o valor da Amplitude do Campo Eléctrico, E_0. Nota: se não resolveu as alíneas anteriores tome os seguinte valores a fim de poder efectuar cálculos: $c_1 = -\sqrt{2}$, $c_2 = -\sqrt{3}$.

$c = 3 * 10^{8}$ m s^{-1} $Z_0 = 120\,\pi\,\Omega = 377\,\Omega$

V

Uma onda electromagnética plana monocromática, propagando-se no vazio ($\varepsilon_r = \mu_r = 1$), apresenta uma polarização circular direita (helicidade negativa).

Incide segundo um ângulo $i_{Brewster}$ sobre uma superfície de um dieléctrico com $\varepsilon_r = 2$ e $\mu_r = 1$.

O Campo Eléctrico da onda apresenta uma amplitude $E_0 = 4*10^{-3}$ V m^{-1}, e a sua frequência angular é dada por $\omega = 3\pi * 10^5$ rad s^{-1}.

[2] a) Determine as componentes do vector de onda da onda transmitida (ou refractada), **k´**.

[1] b) Determine a amplitude do Campo Eléctrico da onda reflectida.

VI

[2] Para uma onda electromagnética propagando-se num meio linear, homogéneo e isotropo, encontre a relação entre o vector de Poynting , $\vec{S}$, e a densidade de energia electromagnética, $u_{em} = u_{ele} + u_{mag}$. Justifique a sua resposta.

Equações de Fresnel

Para a onda reflectida

$$\frac{E''_{0\perp}}{E_{0\perp}} = -\frac{sen(i-r)}{sen(i+r)}$$

$$\frac{E''_{0//}}{E_{0//}} = +\frac{tg(i-r)}{tg(i+r)}$$

Para a onda transmitida

$$\frac{E'_{0\perp}}{E_{0\perp}} = +\frac{2.\cos i.senr}{sen(i+r)}$$

$$\frac{E'_{0//}}{E_{0//}} = +\frac{2.\cos i.senr}{sen(i+r).\cos(i-r)}$$

$E_{0\perp}$ e $E_{0//}$ são, respectivamente, a amplitude da componente perpendicular e a amplitude da componente paralela ao plano de incidência da onda incidente.

Coeficientes de Reflexão e de Transmissão

Para a onda reflectida

$$R_{\perp} = \frac{sen^2(i-r)}{sen^2(i+r)}$$

$$R_{//} = \frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)}$$

Para a onda transmitida

$$T_{\perp} = \frac{4\sin i.\cos i.senr\cos r}{sen^2(i+r)}$$

$$T_{//} = \frac{4\sin i.\cos i.senr\cos r}{sen^2(i+r).\cos^2(i-r)}$$