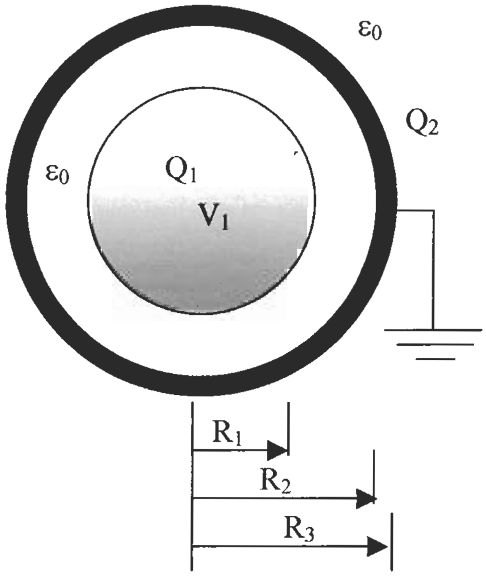
<u>2º Exame de Electromagnetismo e Óptica</u>

Cursos : LEAmb, LEMat, LQuim
Prof. Jorge Crispim Romão (responsável)
Prof. Amilcar Praxedes
2/02/2007, 9:30h . Duração: 3 horas

Versão A

I

Um **condensador esférico** tem o condutor **interior** de raio R_1 e o condutor **exterior** de raios R_2 e R_3.



O condutor **interior** está ligado uma bateria que imporá uma diferença de potencial V_1 relativamente à terra. Este condutor irá ficar com carga Q_1 uniformemente distribuida.
O condutor **exterior** está ligado à terra e, no total, ficará com carga Q_2 uniformemente distribuida.

A) Desde o raio R_1 e até ao raio R_2 o espaço é vácuo, ε_0, assim como para $r > R_3$.

[1] A1)Deduza a expressão analítica para o <u>vector Deslocamento Eléctrico</u>, **D**, num ponto P tal que $r = \frac{3}{4} R_2$.

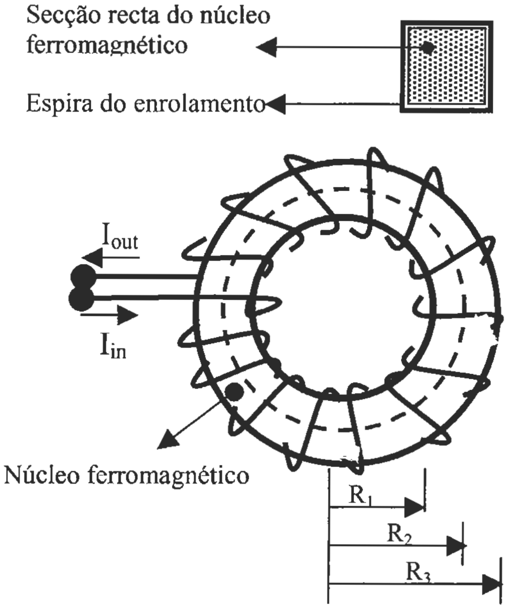
[1] A2)Determine <u>o valor da carga</u>, Q_1, sabendo que V_1= 12 Volt.

B) Mantendo a bateria ligada ao condutor interior e o condutor exterior ligado à terra, **injecta-se um material dieléctrico de permiabilidade eléctrica** ε, no espaço desde o raio R_1 e até ao raio R_2 . Mantém-se igualmente o vácuo para $r > R_3$,

[1] B1) Determine <u>o valor da densidade de carga de polarização</u>, σ'_2 , na superfície exterior do dieléctrico, $r = R_2$.

[1] B2) Determine <u>de quanto variou, em percentagem, a Energia Eléctrica do condensador,</u> $\Delta W_e = \frac{W_{eB}}{W_{eA}} \times 100$, pelo facto de se ter introduzido o dieléctrico.

Dados: R_1=0,04m; R_2=0,06 m; R_3=0,061 m; $\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0 = 2$;
ε_0= 8,854 x 10^{-12} F m^{-1}; $(1/ 4\pi\varepsilon_0) = 9 \times 10^9$ F^{-1} m.



II

Um solenoide consiste num enrolamento de N=2000 voltas num núcleo de material ferromagnético de **secção recta quadrada** e de permiabilidade magnética relativa $\mu_r = \mu/\mu_0 = 4000$. O solenoide é percorrido por uma corrente I=1 micro Ampère.
A função do núcleo é de "orientar" as linhas de Campo de Indução Magnética, **B**, ao longo do material ferromagnético "obrigando-as" a ficar dentro da sua estrutura.
Dados: $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H m^{-1};
R_1=0,03 m; $R_{médio} = R_2$=0,05 m; R_3=0,07 m

[1] a) Determine <u>o valor da intensidade do Campo de Indução Magnética</u>, |**B**|, criado a $R_{médio} = R_2$.

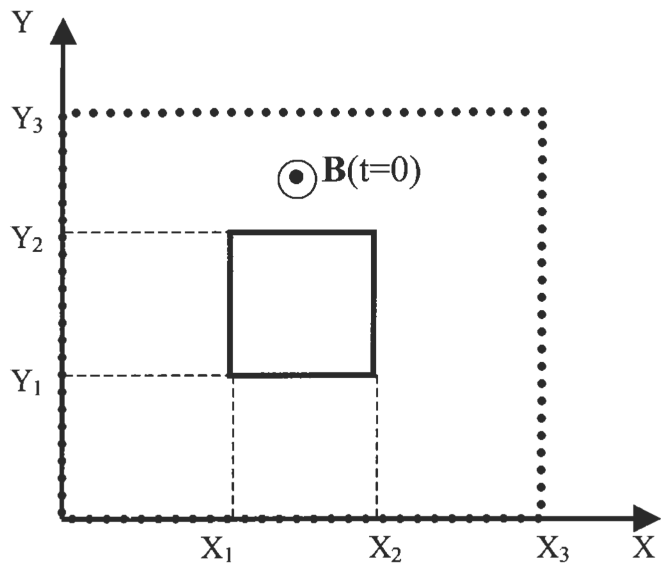
[1] b) Determine o <u>valor do coeficiente de auto indução</u>, L, do solenoide.

III

Uma espira quadrada, de resistência R e coeficiente de auto indução L, encontra-se no plano do referencial XY.

A ponteado indica-se a região onde existe um Campo de Indução Magnética **B**, uniforme, perpendicular ao plano da figura e variável no tempo :

$\mathbf{B} = B_0 \cos(\omega t)\, \mathbf{e}_Z$ com: $\omega = 4\pi$ radianos /segundo, B_0= 2 micro Tesla.



[1] a) Deduza a <u>expressão analítica</u> para o fluxo de **B** que atravessa a espira, $\phi(t)$.

[1] b) Determine <u>o valor</u> da corrente induzida na espira, I_{ind}, no instante t= 19/16 segundos.

[1] c) <u>Explicite o sentido</u> da corrente induzida justificando a sua resposta.

[1] d) Deduza a <u>expressão analítica</u> da Energia Magnética média, $< W_{mag} >$, armazenada na espira.

Dados : $R = 10\ k\Omega$

X_1=0,02m; X_2=2 X_1; X_3=3 X_1.

Y_1=0,02m; Y_2=2 Y_1; Y_3=3 Y_1.

IV

Uma onda electromagnética plana propaga-se num meio dieléctrico ($\mu_r = 1$).

O Campo Magnético, **H**, é dado por :

$$H_x = H_0 \cos\left[\omega t + |\mathbf{k}|\left(\alpha x + \tfrac{1}{\sqrt{5}} z\right)\right] \quad (\text{em que } \alpha \le 0)$$
$$H_y = c_1 H_0 \operatorname{sen}\left[\omega t + |\mathbf{k}|\left(\alpha x + \tfrac{1}{\sqrt{5}} z\right)\right]$$
$$H_z = c_2 H_0 \cos\left[\omega t + |\mathbf{k}|\left(\alpha x + \tfrac{1}{\sqrt{5}} z\right)\right]$$

$f = 8{,}44 * 10^{14}$ Hertz (medido no meio); λ= 237 nm (medido no meio);

[1] a) Determine <u>o valor do índice de refracção</u> do meio onde a onda se propaga.

[1] b) Determine a <u>direcção e sentido</u> de propagação da onda, quantificando o valor de α.

[1] c) Determine <u>o valor da constante</u> c_2 de modo a que a expressão para **H** corresponda de facto a uma onda plana electromagnética.

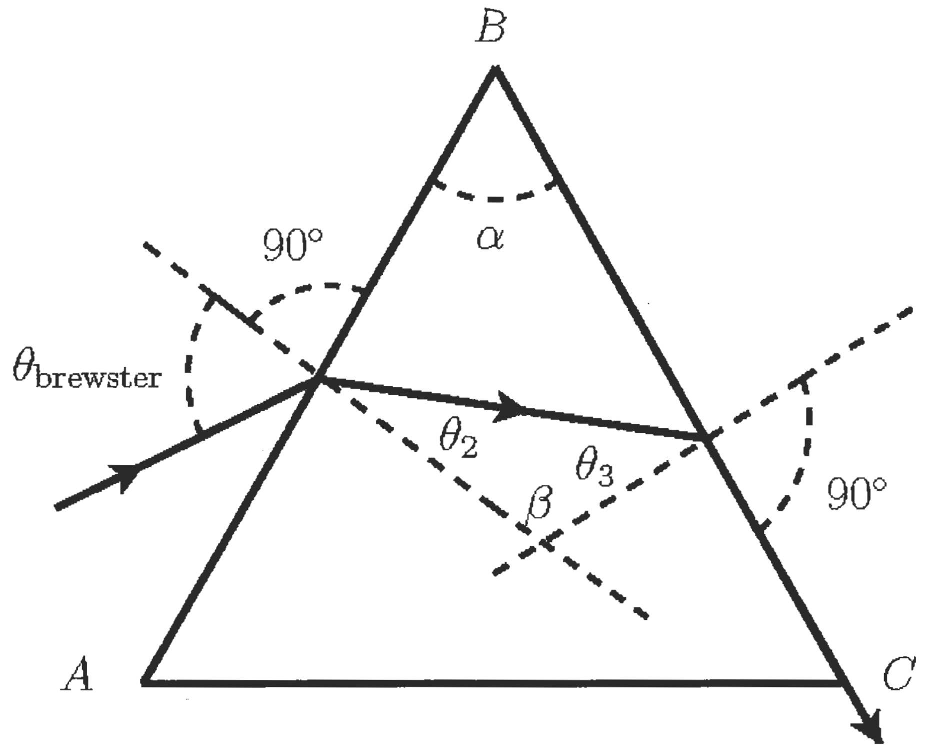
[1] d) Determine <u>o valor da constante</u> c_1 de modo a que a onda esteja polarizada circular esquerda.

[1] e)Sabendo que a onda tem uma irradiância (valor médio do vector de Poynting) de 0,5 pico Watts cm^{-2}, determine <u>o valor da Amplitude do Campo Magnético</u>, H_0.

$c = 3 * 10^8$ m s-1 $Z_0 = 120\pi\ \Omega = 377\ \Omega$

V

Uma onda electromagnética plana monocromática, propagando-se no vazio (n_1=1), apresenta uma polarização circular direita (helicidade negativa). O Campo Eléctrico da onda tem uma amplitude $E_0 = 4*10^{-3}$ V m^{-1}, e a sua frequência angular é dada por $\omega=3\pi*10^5$ rad s^{-1}.



A onda incide na face AB de um prisma isósceles de material dieléctrico (n_2=1,5) segundo o ângulo $\theta_{brewster}$.

A onda emerge na face BC , tangente à superfície.

[1] a) Determine o ângulo de abertura do prisma, α.

[1] b) Determine as componentes do vector de onda da <u>onda transmitida</u>, **k′**, <u>na face AB.</u>

[1] c) Determine a amplitude do Campo Eléctrico da <u>onda reflectida</u> na face AB

VI

[2] Porque razão o Campo Eléctrico à superfície de um condutor, de geometria arbitrária, é normal à superfície?

Sugestão: considere as condições nas fronteiras na superfície de separação condutor/vácuo.

Equações de Fresnel

Para a onda reflectida

$$\frac{E''_{0\perp}}{E_{0\perp}} = -\frac{sen(i-r)}{sen(i+r)}$$

$$\frac{E''_{0//}}{E_{0//}} = +\frac{tg(i-r)}{tg(i+r)}$$

Para a onda transmitida

$$\frac{E'_{0\perp}}{E_{0\perp}} = +\frac{2.\cos i.senr}{sen(i+r)}$$

$$\frac{E'_{0//}}{E_{0//}} = +\frac{2.\cos i.senr}{sen(i+r).\cos(i-r)}$$

$E_{0\perp}$ e $E_{0//}$ são, respectivamente, a amplitude da componente perpendicular e a amplitude da componente paralela ao plano de incidência da onda incidente.

Coeficientes de Reflexão e de Transmissão

Para a onda reflectida

$$R_{\perp} = \frac{sen^2(i-r)}{sen^2(i+r)}$$

$$R_{//} = \frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)}$$

Para a onda transmitida

$$T_{\perp} = \frac{4\sin i.\cos i.senr\cos r}{sen^2(i+r)}$$

$$T_{//} = \frac{4\sin i.\cos i.senr\cos r}{sen^2(i+r).\cos^2(i-r)}$$