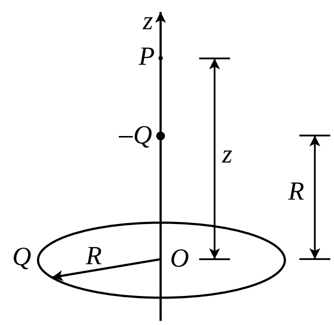
Lei de Coulomb

Problemas Resolvidos

I.1 (1º teste 2004/2005)
Considere uma espira de raio R carregada uniformente com uma carga total Q, assente no plano xy dum referencial (isto é $z = 0$). No eixo dos zz, a uma distância R da origem (e centro da espira), encontra-se uma carga pontual de valor $-Q$. O ponto P encontra-se também sobre o eixo dos zz, a uma distância z da origem.



a) Determine o campo $\vec{E}$ no ponto P.

b) Determine o potencial electrostático no ponto P.

c) Calcule o potencial electrostático no limite em que $z \gg R$.

d) Determine o momento dipolar da distribuição. **Nota:** Pode usar o resultado da alínea anterior, ou directamente a definição de momento dipolar duma distribuição,

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} q_i \, \vec{r}_i$$

Se usar o resultado da alínea c) pode precisar dos resultados,

$$\frac{1}{1-\alpha} = 1 + \alpha + \mathcal{O}(\alpha^2) \quad \text{e} \quad \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} = 1 + \mathcal{O}(\alpha^2)$$

com $\alpha \ll 1$.

Resolução

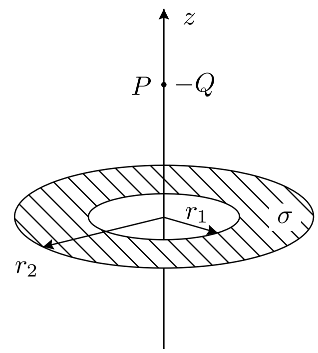
Problemas com solução

I.2 (1º teste 2005/2006)
Considere um disco de raio exterior $r_2 = 2R$ com um orifício circular de raio $r_1 = R$. O disco encontra-se carregado uniformemente em superfície com uma carga total Q. Uma carga $-Q$ é colocada no ponto P à distância $2R$ da origem (ver figura). A origem coincide com o centro do disco.

a) Calcule o campo $\vec{E}$ na origem.

b) Calcule o potencial electrostático num ponto sobre o eixo do z, para $z > 2R$ (sugestão: calcule directamente o potencial electrostático, *i.e.*, não calcule o potencial a partir de $\vec{E}$).

c) Calcule o potential sobre o eixo do z no limite $z \gg 2R$.



d) Determine o momento dipolar da distribuição. Se não resolveu a alínea anterior pode usar directamente a definição.

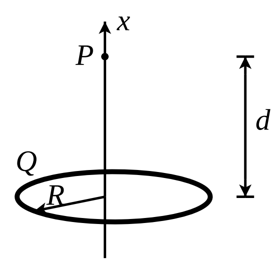
Formulário

$$\begin{aligned}\sqrt{1+\alpha} &= 1+\frac{1}{2}\alpha+\mathcal{O}(\alpha^2)\\ \frac{1}{1-\alpha} &= 1+\alpha+\alpha^2+\mathcal{O}(\alpha^3)\end{aligned}$$

Solução

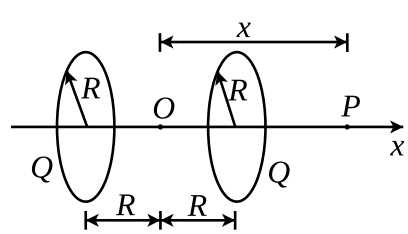
Outros Problemas

I.3 1º teste 2004/2005
Considere uma **espira** circular de raio R carregada uniformemente com carga total Q, conforme indicado na figura junta.



a) Determine o potencial electrostático e o campo eléctrico num ponto genérico do eixo de simetria à distância d do plano da espira.

b) Use o resultado anterior para calcular o campo $\vec{E}$ e o potencial electrostático num ponto genérico do eixo dos xx com duas espiras carregadas com a mesma carga Q e com a geometria indicada na figura seguinte.



c) Para $x \gg R$ calcule os dois primeiros termos não nulos da expansão do potencial em potencias de $R/x \ll 1$. Determine o momento dipolar da distribuição. Se não conseguiu fazer a expansão, pode determinar o momento dipolar a partir da definição

$$\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i$$

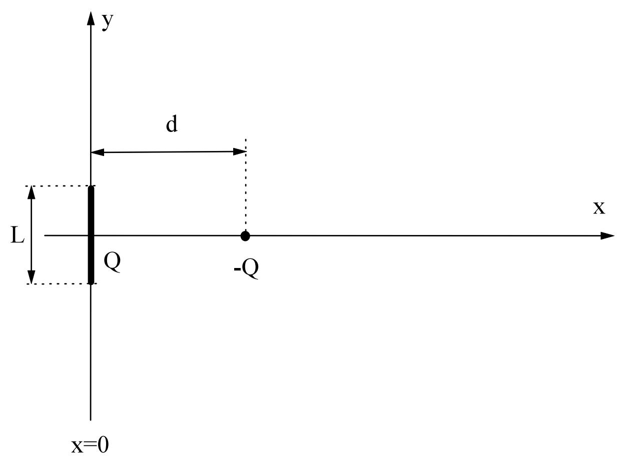
d) Considere agora uma carga pontual q situada a uma distância da origem $x \ll R$ e que só se pode mover sobre o eixo dos xx. Descreva **qualitativamente** o que vai acontecer à carga.

Formulário

$$\frac{1}{\left[(1 \pm \epsilon)^2 + \epsilon^2\right]^{1/2}} \simeq 1 \mp \epsilon + \frac{1}{2}\epsilon^2 + \mathcal{O}(\epsilon^3)$$

I.4 Exame 2003/2004

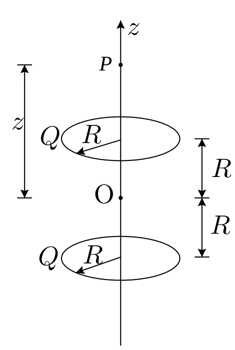
Considere uma barra de comprimento L, uniformemente electrizada com carga total Q, alinhada com o eixo dos yy e centrada na origem. Suponha ainda que em $x = d \gg L$ existe uma carga pontual $-Q$. Determine:



a) O campo electrostático criado pela barra electrizada no semieixo positivo dos xx.
b) A expressão aproximada do campo electrostático criado pela barra para $x \gg L$. Comente o resultado.
c) O potencial electrostático total para $x > d$.
d) O trabalho que é necessário realizar para transportar uma carga desde $x_1 = 2d$ até $x_2 = \infty$.
e) A expressão aproximada do potencial electrostático total para $x \gg d$. Comente o resultado.

I.5 Exame 2005/2006

Considere duas espiras circulares de raio R dispostas como indicado na figura. As espiras estão carregadas uniformemente com carga total Q. Os seus centros estão sobre o eixo do z em $z = \pm R$.

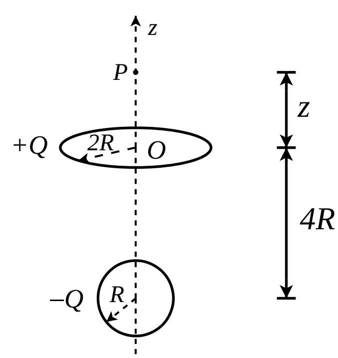


a) Determine o potencial electrostático num ponto P situado no eixo dos z à distância z da origem.
b) Determine o campo $\vec{E}$ no mesmo ponto P.
c) Considere agora que $z \gg R$. Determine $\phi(z)$ nessa aproximação. Interprete o resultado obtido.
d) Considere agora que $z \ll R$. Encontre uma expressão aproximada para $\vec{E}$ nestas condições.
e) O que aconteceria a uma carga teste, que se pudesse só mover sobre o eixo dos z, quando colocada a uma distância $z \ll R$ da origem? Mesmo que não tenha respondido à alínea d) pode responder qualitativamente.
Nota: Para as alíneas c) e d) podem ser úteis os seguintes desenvolvimentos em série:
Seja $\alpha > 0$. Então:

$$x \ll \alpha \Longrightarrow \quad \frac{x \pm \alpha}{\left[(x \pm \alpha)^2 + \alpha^2\right]^{3/2}} \quad \simeq \quad \frac{1}{2\sqrt{2}\alpha^2}\left[\pm 1 - \frac{1}{2}\frac{x}{\alpha} \mp \frac{3}{8}\left(\frac{x}{\alpha}\right)^2 + \cdots\right]$$

$$\alpha \ll x \Longrightarrow \quad \frac{1}{\left[(x \pm \alpha)^2 + \alpha^2\right]^{1/2}} \quad \simeq \quad \frac{1}{x}\left[1 \mp \frac{\alpha}{x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{x}\right)^2 + \cdots\right]$$

I.6
Considere uma **espira** de raio $2R$ carregada uniformemente com carga total $+Q$ e com centro na origem conforme indicado na figura. Sobre o eixo dos z à distância $4R$ da origem encontra-se uma esfera **não condutora** de raio R, com uma carga total $-Q$, distribuída uniformemente.



a) Determine o campo $\vec{E}$ no ponto $P(z)$ sobre o semieixo positivo dos z.
b) Calcule o potencial no ponto $P(z)$.
c) Calcule o trabalho necessário para transportar uma carga pontual q do ponto O $(z = 0)$, até $z = +\infty$.
d) Considere agora que $z \gg R$. Determine o potencial nesse limite e indique o momento dipolar da distribuição.