E&O 2007/08 2°S
MEBio, MEQuim |VersãoD| 1ºmini-teste   18/4/2008

a) Esfera de raio R_1: condutor, logo toda a carga irá estar na superfície da esfera.

$R_1 > r > 0$ $\vec{D} = 0$ pois no interior não há cargas.

$R_2 > r > R_1$ $|D| \, 4\pi r^2 = Q$ $\vec{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{Q}{r^2} \vec{e_r} \, [C\,m^{-2}]$

b) $V_1 = V_2 + \int_1^2 (\vec{E} \cdot \vec{dr})$

$V_r = V_{R_2} + \int_r^{R_2} \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{e_r} \cdot \vec{dr} \right)$ $\vec{dr} = dr\, \vec{e_r}$

$V_{R_2} = 0$

$V_r = \int_r^{R_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr$

$V_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q \left[-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{r} \right]$

$r = R_1$ $V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q \left[-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1} \right]$

$V_1 = (9 \times 10^9)(-0.5 \times 10^{-9}) \left[-\frac{1}{0.03} + \frac{1}{0.01} \right]$

$V_1 = -300\,V$

c) $R_3 > r > R_2$ $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1} \frac{Q^{int}}{r^2} \vec{e_r}$

$V_r = V_{R_2} + \int_r^{R_2} (\vec{E} \cdot \vec{dr})$ $V_{R_2} = 0$

$V_r = \int_r^{R_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon_1} \frac{Q^{int}}{r^2} dr$.

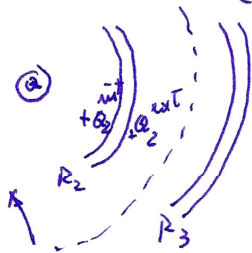$V_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1} Q^{int} \left[-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{r} \right]$

XX

$$\lambda = R_3 \qquad V_\lambda = V_{bat}$$

$$V_{bat} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1} \; Q^{int} \left[-\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right]$$

$$V_{bat} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_1} \; Q^{int} \; \frac{R_3 - R_2}{R_2 R_3}$$

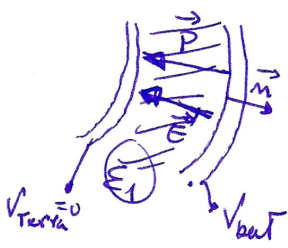$$Q^{int} = -V_{bat} \; \frac{1}{\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_1}\right)} \; \frac{R_2 R_3}{R_3 - R_2}$$

$$Q^{int} = Q + \underbrace{Q_2^{int} + Q_2^{ext}}_{= 0}$$

pois se nos colocarmos no "interior" da superfície condutora de raio R_2 o campo Tem de ser nulo e isso só é possível se $Q_2^{int} + Q = 0$; logo $Q_2^{int} = -Q$

$$Q_2^{ext} = -V_{bat} \; \frac{1}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_1}} \; \frac{R_2 R_3}{R_3 - R_2} \qquad \varepsilon_1 = 4\varepsilon_0$$

$$Q_2^{ext} = -4 \; \frac{1}{(9\times10^9)/4} \; \frac{0,03\times0,05}{0,05-0,03} \qquad Q_2^{ext} = -0,13 \; \mu C$$

d)
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$
$$\vec{P} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)\vec{E} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \; \frac{1}{4\pi\varepsilon_1} \; \frac{Q_2^{ext}}{\lambda^2} \; \vec{e_\lambda}$$

$$\sigma' = \left(\vec{P} \cdot \vec{m} \right), \text{ normal exterior ao dieléctrico}$$

$$\sigma'_{R_3} = -\left| \vec{P}_{R_3} \right|$$

$$\sigma'_{R_3} = -(\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \; \frac{1}{4\pi\varepsilon_1} \; \frac{|Q_2^{ext}|}{R_3^2} = -(4\varepsilon_0 - \varepsilon_0) \; \frac{1}{(4\pi\varepsilon_0)\times4} \; \frac{0,13\times10^{-9}}{0,05^2}$$

$$\sigma'_{R_3} = -3,1 \; mC \; m^{-2}$$