Exame de Física II
Cursos de Química e Eng. Química -23/1/99

I (5 valores)

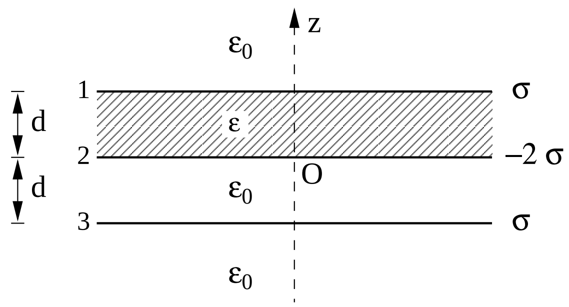
Considere 3 planos infinitos carregados uniformemente e perpendiculares ao eixo dos zz, conforme indicado na figura. O espaço entre os planos 1 e 2 está preenchido por um dieléctrico linear, homogéneo e isótropo de constante dieléctrica ϵ.

a) Determine $\vec{E}$, $\vec{D}$ e $\vec{P}$ em todo o espaço.

b) Faça um gráfico de D_z em função de z. Relacione as descontinuidades de D_z com as densidades de carga nos planos carregados.

c) Calcule $V = \phi_1 - \phi_2$.

d) Determine as densidades de carga de polarização à superfície do dieléctrico, σ'.

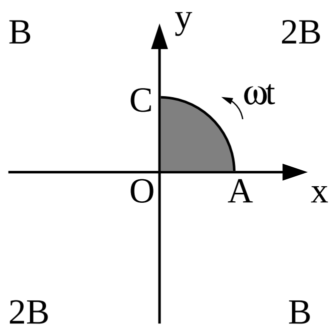


II (4 valores)

Seja um circuito OAC com a forma dum sector circular de abertura $\frac{\pi}{2}$. Tem-se $|OA| = |OC| = r$. A resistência eléctrica do circuito é R. O circuito, sempre assente no plano Oxy, roda em torno de O com velocidade angular ω. Existe um campo $\vec{B}$ uniforme paralelo ao eixo dos zz, e tendo intensidades diferentes nos diferentes quadrantes conforme indicado na figura.

a) Mostre que existe corrente induzida. Justifique a resposta com base na lei da indução de Faraday **ou** com base na lei de Laplace.
Nota: Nesta alínea só precisa de **explicar** porque é que existe corrente, não é preciso fazer as contas.

b) Calcule o fluxo do campo de indução magnética $\vec{B}$ através do circuito. Trace o gráfico da função $i = i(t)$ para $0 < \omega t < \pi$, supondo que no instante $t = 0$ a espira se encontra na posição indicada na figura.



III (5 valores)

Uma onda plana electromagnética propaga-se num meio não condutor e não magnético ($\sigma = 0$, $\mu_r = 1$, $\rho = 0$ e $\vec{J} = 0$). O campo $\vec{E}$ é dado por:

$$\begin{cases} E_x &= 0 \\ E_y &= E_0 \cos\left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\, y + \alpha\, z\right)\right] \qquad (V/m) \\ E_z &= 2E_0 \cos\left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\, y + \alpha\, z\right)\right] \end{cases}$$

Sabe-se que a frequência é $f = 1\ MHz$, o índice de refracção do meio é $n = 1.5$ e $E_0 = 10^{-2}\ V/m$.

a) Determine α de forma a que as expressões correspondam de facto a uma onda plana electromagnética.

b) Qual a direcção de propagação da onda?

c) Qual a polarização da onda?

d) Escreva as componentes do campo magnético $\vec{H}$.

IV (6 valores)

Considere um electrão no potencial de Coulomb do átomo de hidrogénio. O electrão encontra-se no estado

$$\psi_1(\vec{r},0) = A\ \chi_{211}(\vec{r})\ .$$

a) Qual o valor da constante A (real e positiva)? Escreva a expressão para $\psi_1(\vec{r},t)$.

b) Qual o valor médio de E, L^2 e L_z para o estado ψ_1?

c) Para o estado ψ_1 determine a posição do máximo da distribuição de probabilidade radial $P(r)$.

d) Qual o valor médio de r no estado $\psi_1(\vec{r},t)$?

e) Considere agora que o electrão no instante $t = 0$ se encontra no estado

$$\psi_2(\vec{r},0) = \frac{1}{\sqrt{3}}\ \chi_{210}(\vec{r}) + B\ \chi_{3\ell 1}(\vec{r})\ .$$

Sabendo que $\langle L^2 \rangle = 2\hbar^2$ determine o valor de ℓ em $\chi_{3\ell 1}$.

f) Qual a probabilidade duma medida de L_z no estado ψ_2 dar o valor próprio $-\hbar$?

Formulário e Constantes

$$R_{21} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\frac{1}{2r_0}\right)^{3/2}\frac{r}{r_0}\,e^{-\frac{r}{2r_0}} \qquad R_{30}(r) = 2\left(\frac{1}{3r_0}\right)^{3/2}\left[1-\frac{2r}{3r_0}+\frac{2r^2}{27r_0^2}\right]e^{-\frac{r}{3r_0}}$$

$$R_{31}(r) = \frac{4\sqrt{2}}{9}\left(\frac{1}{3r_0}\right)^{3/2}\frac{r}{r_0}\left(1-\frac{r}{6r_0}\right)e^{-\frac{r}{3r_0}} \qquad R_{32}(r) = \frac{2\sqrt{2}}{27\sqrt{5}}\left(\frac{1}{3r_0}\right)^{3/2}\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 e^{-\frac{r}{3r_0}}$$

$$Y_{00} = 1/\sqrt{4\pi} \qquad Y_{11} = -\sqrt{\tfrac{3}{8\pi}}e^{i\varphi}\sin\theta\ ;\ Y_{1,-1} = -Y_{11}^*$$

$$Y_{10} = \sqrt{\tfrac{3}{4\pi}}\cos\theta \qquad Y_{22} = \sqrt{\tfrac{13}{32\pi}}e^{i2\varphi}\sin^2\theta\ ;\ Y_{2,-2} = Y_{22}^*$$

$$Y_{21} = -\sqrt{\tfrac{15}{8\pi}}e^{i\varphi}\sin\theta\cos\theta\ ;\ Y_{2,-1} = -Y_{21}^* \qquad Y_{20} = \sqrt{\tfrac{5}{16\pi}}(3\cos^2\theta - 1)$$

$$E_n = -E_0\frac{1}{n^2}\ ;\ E_0 = 13.6\ eV\ ;\ \int_0^\infty x^n e^{-x}\ dx = n!$$

$$c = 3\times 10^8\ \text{m/s}\ ;\ \varepsilon_0 = 8.85\times 10^{-12}\text{F/m}\ ;\ \mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}\text{H/m}\ ;\ Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 376.8\Omega$$