



**Física de Partículas**  
**Aula 8**  
**Quebra Espontânea de Simetria:**  
**Mecanismo de Higgs**

Jorge C. Romão

Instituto Superior Técnico, Departamento de Física & CFTP

A. Rovisco Pais 1, 1049-001 Lisboa, Portugal

2014

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

[Teorema de Goldstone](#)

[Mecanismo de Higgs](#)

- Quebra espontânea de Simetria: exemplos simples
  - ◆ Campo escalar complexo, simetria  $U(1)$
  - ◆ Dupleto complexo de  $SU(2)$
- Teorema de Goldstone
- Mecanismo de Higgs
  - ◆ Campo escalar complexo, simetria  $U(1)$
  - ◆ Caso  $SU(2) \times U(1)$

## Quebra espontânea de simetria: $U(1)$

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

•  $U(1)$

•  $O(2)$

•  $SU(2)$

[Teorema de Goldstone](#)

[Mecanismo de Higgs](#)

- ❑ A maior parte das simetrias observadas na Natureza não são exatas. Por exemplo, o *Isospin* não é uma simetria exata da Natureza pois o próton e o neutrão não tem a mesma massa.
- ❑ Uma maneira de estudar em teoria quântica dos campos teorias com quebra de simetria é introduzir no lagrangeano termos com coeficientes *pequenos* que explicitamente realizem a quebra, dita *explícita*.
- ❑ Nós aqui vamos estar interessados noutro tipo de quebra de simetria, dita *espontânea*, em que o lagrangeano é simétrico sob a ação dum grupo de transformações mas o estado base (de menor energia) não é.
- ❑ Vamos começar pelo exemplo mais simples, uma teoria com um campo escalar complexo invariante para o grupo  $U(1)$ . O lagrangeano mais geral é

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 \equiv \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - V(\phi^* \phi)$$

- ❑ Queremos estudar o espectro de massa da teoria. Normalmente, o espectro de massa vê-se analisando os termos quadráticos da teoria. Mas isto contém o pressuposto que o estado base (energia mínima) corresponde à configuração em que os campos são nulos.

## Quebra espontânea de simetria: $U(1)$

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

•  $U(1)$

•  $O(2)$

•  $SU(2)$

[Teorema de Goldstone](#)

[Mecanismo de Higgs](#)

- Para campos escalares, pode suceder que o estado de energia mínima corresponda a uma configuração em que

$$\phi = v = \text{constante} \neq 0$$

- Neste caso as partículas são associadas com oscilações de  $\phi$  em torno do valor do mínimo,  $v$ . Se escrevermos

$$\phi(x) = v + \chi(x)$$

as massas devem ser lidas da parte de lagrangeano quadrático em  $\chi$ .

- Vejamos para a teoria acima quais são os estados de energia mínima. A densidade hamiltoniana é

$$\mathcal{H} = \dot{\phi}^* \dot{\phi} + (\vec{\partial}\phi^*) \cdot (\vec{\partial}\phi) + V$$

- Como os dois primeiros termos são definidos positivos e a energia deve ser limitada por baixo, o parâmetro  $\lambda$  deve ser positivo. O sinal do parâmetro  $\mu^2$  é deixado arbitrário. O mínimo da energia corresponde a um valor constante para  $\phi$  que minimize o potencial  $V$ .

- Este é dado por

$$V = \mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2$$

e as equações de minimização são

$$\frac{\partial V}{\partial \phi^*} = \phi (\mu^2 + 2\lambda |\phi|^2) = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = \phi^* (\mu^2 + 2\lambda |\phi|^2) = 0$$

- Temos portanto duas possibilidades:

a)  $\mu^2 > 0$

Neste caso o mínimo é para  $\phi = 0$ . A teoria descreve um campo escalar complexo de massa  $m = \sqrt{\mu^2}$ .

b)  $\mu^2 < 0$

O mínimo corresponde ao valor

$$\phi^* \phi = |\phi|^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv v^2$$

# Quebra espontânea de simetria: $U(1)$

- Temos a situação descrita na figura

Sumário

Exemplos Simples

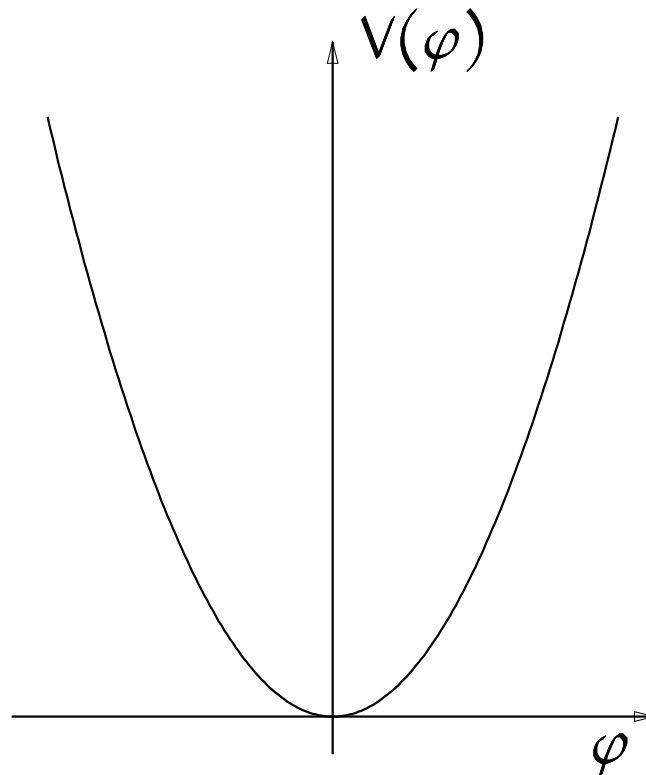
•  $U(1)$

•  $O(2)$

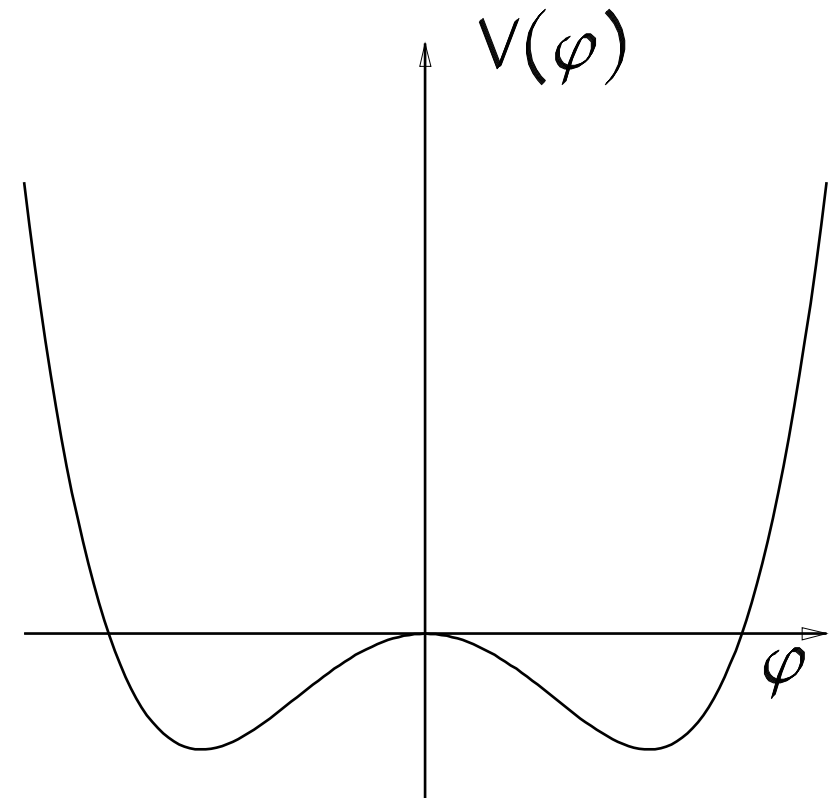
•  $SU(2)$

Teorema de Goldstone

Mecanismo de Higgs



$$\mu^2 > 0, \quad \langle \phi \rangle = 0$$



$$\mu^2 < 0, \quad \langle \phi \rangle = v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}}$$

## Quebra espontânea de simetria: $U(1)$

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

•  **$U(1)$**

•  $O(2)$

•  $SU(2)$

[Teorema de Goldstone](#)

[Mecanismo de Higgs](#)

□ Consideremos o caso  $b)$ . Uma maneira possível de vermos o espectro de massa da teoria seria introduzir a condição de mínimo na definição  $\phi(x) = v + \chi(x)$  e depois fazer a substituição no lagrangeano.

□ Contudo esta não é a forma mais fácil de proceder neste caso. Como a condição do mínimo é que  $|\phi| = v$ , é mais conveniente fazer a seguinte redefinição do campo complexo  $\phi$ :

$$\phi(x) = e^{\frac{i}{\sqrt{2}v}\xi(x)} \left( v + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \right)$$

com  $\xi$  e  $\sigma$  campos escalares reais. Esta parametrização corresponde a escrever o campo complexo na forma

$$\phi = e^{i \arg(\phi)} |\phi|$$

□ Então

$$\partial_\mu \phi = \frac{i}{\sqrt{2}v} \partial_\mu \xi \phi + e^{\frac{i}{\sqrt{2}v}\xi(x)} \partial_\mu \sigma$$

$$\partial^\mu \phi^* = \frac{-i}{\sqrt{2}v} \partial^\mu \xi \phi^* + e^{-\frac{i}{\sqrt{2}v}\xi(x)} \partial^\mu \sigma$$

□ Obtemos então

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} &= \left( \frac{-i}{\sqrt{2}v} \partial_\mu \xi \phi^* + e^{-\frac{i}{\sqrt{2}v} \xi(x)} \partial_\mu \sigma \right) \left( \frac{i}{\sqrt{2}v} \partial^\mu \xi \phi + e^{\frac{i}{\sqrt{2}v} \xi(x)} \partial^\mu \sigma \right) \\
 &\quad - \mu^2 \left( v + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \right)^2 - \lambda \left( v + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \right)^4 \\
 &= \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi + \frac{1}{2} \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi \left( \sqrt{2}v\sigma + \frac{\sigma^2}{2} \right) \\
 &\quad - \mu^2 \left( v^2 + \sqrt{2}v\sigma + \frac{\sigma^2}{2} \right) - \lambda \left( v^4 + 2\sqrt{2}v^3\sigma + 3\sqrt{2}v^2\sigma^2 + \sqrt{2}v\sigma^3 + \frac{\sigma^4}{4} \right)
 \end{aligned}$$

□ Usando a condição do mínimo podemos escrever, conservando somente até aos termos quadráticos,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} &= \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi - \frac{1}{2} (-2\mu^2) \sigma^2 + \text{constante} \\
 &\quad + \text{termos de ordem superior}
 \end{aligned}$$



## Quebra espontânea de simetria: $U(1)$

Sumário

Exemplos Simples

•  $U(1)$

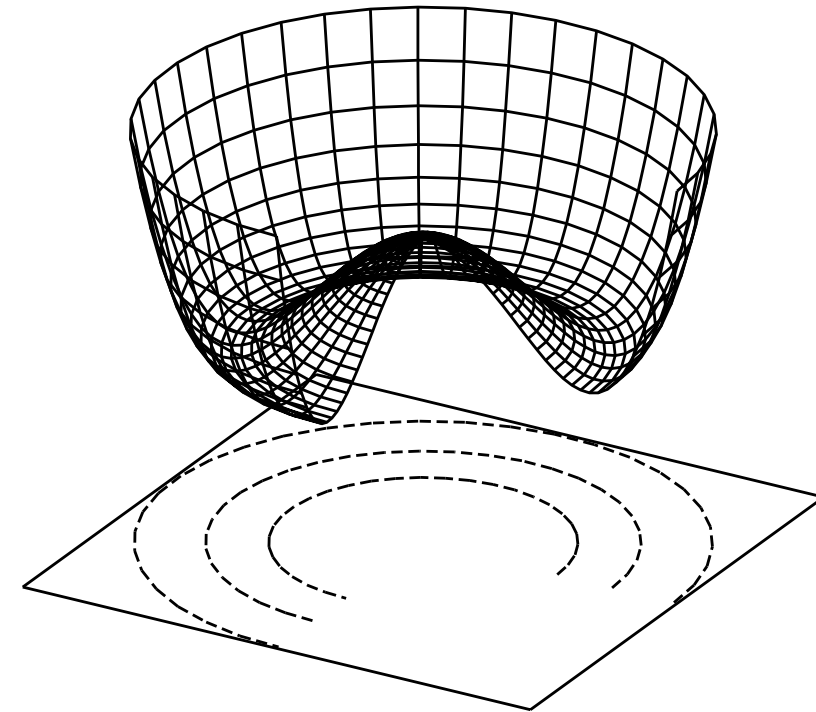
•  $O(2)$

•  $SU(2)$

Teorema de Goldstone

Mecanismo de Higgs

- Este lagrangeano descreve portanto dois campos escalares reais,  $\xi$  e  $\sigma$ , um com massa  $m_\sigma = \sqrt{-2} \mu^2$  e outro com massa zero,  $m_\xi = 0$ . Este facto pode ser interpretado facilmente.
- Em primeiro lugar, notemos que o potencial  $V$  é no plano complexo do campo  $\phi$  um potencial tipo *fundo de garrafa de champanhe*.
- Com a parametrização anterior o campo  $\sigma$  refere-se às oscilações radiais e  $\xi$  às oscilações angulares.
- Ora enquanto que o potencial tem curvatura na direção radial, na direção angular o potencial é plano. Não custa energia rodar ao longo do *vale* no fundo da garrafa. Assim as excitações radiais têm massa e as angulares não. O aparecimento de partículas sem massa é uma característica geral destes fenómenos de quebra espontânea de simetria e é designado por teorema de Goldstone.



## Quebra espontânea de simetria: $O(2)$

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

• U(1)

• **O(2)**

• SU(2)

[Teorema de Goldstone](#)

[Mecanismo de Higgs](#)

- O segundo exemplo que vamos considerar é de facto o mesmo exemplo noutra linguagem. Escrevemos o campo  $\phi$  na parte real e imaginária

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\rho + i\pi)$$

- Então obtemos para o lagrangeano inicial

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \rho \partial^\mu \rho + \frac{1}{2} \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi - V(\rho^2 + \pi^2)$$

onde

$$V = \frac{1}{2} \mu^2 (\rho^2 + \pi^2) + \frac{1}{4} \lambda (\rho^2 + \pi^2)^2$$

- Este lagrangeano continua a ter uma invariância. De facto é invariante para o grupo das rotações no plano,  $O(2)$ . Este grupo tem a mesma álgebra que U(1). É o grupo abeliano das rotações em torno dum eixo de simetria. As transformações podem escrever-se

$$\begin{bmatrix} \rho' \\ \pi' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho \\ \pi \end{bmatrix}$$

## Quebra espontânea de simetria: $O(2)$

Sumário

Exemplos Simples

• U(1)

•  **$O(2)$**

• SU(2)

Teorema de Goldstone

Mecanismo de Higgs

- Para analisarmos a quebra de simetria temos de ver onde ocorre o mínimo. As equações são

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} = 0 = \rho [\mu^2 + \lambda (\rho^2 + \pi^2)]$$

$$\frac{\partial V}{\partial \pi} = 0 = \pi [\mu^2 + \lambda (\rho^2 + \pi^2)]$$

- Novamente podemos ter as duas situações anteriores. No caso em que  $\mu^2 < 0$ , o mínimo absoluto ocorre na circunferência

$$\sqrt{\rho^2 + \pi^2} = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} = v$$

- Para vermos o espectro tomemos os eixos no plano  $\rho - \pi$  de tal forma que

$$\langle \rho \rangle = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} = v \quad ; \quad \langle \pi \rangle = 0$$

- Então definimos

$$r = \rho - v$$

- Agora escrevemos o lagrangeano em termos de  $r$  e  $\pi$ . Obtemos

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu r \partial^\mu r + \frac{1}{2} \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi + \mu^2 r^2 - \lambda v r (r^2 + \pi^2) - \frac{1}{4} \lambda (r^2 + \pi^2)^2$$

- Obtivemos novamente um campo sem massa,  $\pi$ , enquanto que o campo  $r$  tem massa  $m_r = \sqrt{-2\mu^2}$ .
- Podemos mostrar que não há perda de generalidade na escolha da direção no vácuo escolhido (ver Problemas)

## Quebra espontânea de simetria: $SU(2)$

### Sumário

#### Exemplos Simples

- $U(1)$
- $O(2)$
- $SU(2)$

#### Teorema de Goldstone

#### Mecanismo de Higgs

- Finalmente, como último exemplo, consideremos uma teoria novamente com um campo escalar complexo com auto-interação mas em que a interação é invariante para transformações de isospin descrito pelo grupo  $SU(2)$ , e o campo encontra-se na representação dubleto desse grupo.
- O lagrangeano mais geral, invariante de Lorentz, invariante para o transformações do grupo e renormalizável é então

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \equiv \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - V(\phi^\dagger \phi)$$

onde

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_+ \\ \phi_0 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \\ \frac{\phi_3 + i\phi_4}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

- Este lagrangeano descreve portanto 4 campos escalares reais. Queremos estudar o espectro de massa da teoria. O estado base vai corresponder ao mínimo do potencial. Estamos interessados na situação em que há quebra espontânea de simetria, isto é o vácuo (estado base) não tem a mesma simetria que o lagrangeano.

Sumário

Exemplos Simples

- U(1)
- O(2)
- SU(2)

Teorema de Goldstone

Mecanismo de Higgs

- Isto acontece quando  $\mu^2 < 0$  e

$$\phi^\dagger \phi = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv v^2$$

- Podemos sempre escolher um referencial de isospin onde o estado de energia mínima se possa escrever

$$\phi_{\min} = \text{constante} = \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}$$

- O campo  $\phi(x)$  pode portanto escrever-se

$$\phi(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix} + \chi(x)$$

- Para parametrizar convenientemente as pequenas oscilações  $\chi(x)$ , notemos que em cada ponto  $x$  podemos sempre escolher um referencial de isospin onde  $\phi(x)$  tenha a forma

$$\phi'(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ v + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

## Quebra espontânea de simetria: SU(2)

- Este referencial será ligado ao referencial anterior através duma transformação de SU(2), diferente para cada  $x$ ,

$$U(x) = e^{i\tau^a \theta^a(x)}$$

- Podemos portanto escrever nesse referencial

$$\phi(x) = e^{i\tau^a \theta^a(x)} \begin{bmatrix} 0 \\ v + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

e portanto

$$\chi(x) = e^{i\tau^a \theta^a(x)} \begin{bmatrix} 0 \\ v + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}$$

- Para pequenas oscilações temos

$$\chi(x) \simeq \begin{bmatrix} v(\theta^2 + i\theta^1) \\ \frac{\sigma}{\sqrt{2}} - iv\theta^3 \end{bmatrix}$$

$$\tau^a \theta^a = \begin{bmatrix} \theta^3 & \theta^1 - i\theta^2 \\ \theta^1 + i\theta^2 & -\theta^3 \end{bmatrix}$$

Sumário

Exemplos Simples

- U(1)
- O(2)
- SU(2)

Teorema de Goldstone

Mecanismo de Higgs

## Quebra espontânea de simetria: $SU(2)$

Sumário

Exemplos Simples

- $U(1)$
- $O(2)$
- $SU(2)$

Teorema de Goldstone

Mecanismo de Higgs

- As pequenas oscilações em torno do estado base são parametrizadas por quatro campos escalares reais,  $\theta^a$  e  $\sigma$
- O espectro de massa é lido dos termos bilineares nesses campos. Substituindo no lagrangeano obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + v^2 \partial_\mu \theta^a \partial^\mu \theta^a + \mu^2 \sigma^2 + \text{constante} \\ &\quad + \text{termos de ordem superior} \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \hat{\theta}^a \partial^\mu \hat{\theta}^a + \mu^2 \sigma^2 + \text{constante} \\ &\quad + \text{termos de ordem superior} \end{aligned}$$

onde

$$m_\sigma = \sqrt{-2 \mu^2} \quad \text{e} \quad \hat{\theta}^a \equiv \sqrt{2} v \theta^a$$

- Temos portanto três partículas de massa zero e uma com massa  $\sqrt{-2 \mu^2}$ . O aparecimento de partículas de massa zero, designadas por *bosões de Nambu-Goldstone*, é uma consequência do teorema de Goldstone que veremos na secção seguinte



## O teorema de Goldstone

- Não faremos a demonstração, damos só o enunciado do teorema.

### Teorema

*Seja uma teoria invariante sob a ação dum grupo de transformações  $G$ , com  $n$  geradores. Se houver uma quebra espontânea da simetria, de tal forma que o vácuo (estado base) seja invariante somente sob a ação de  $G'$  com  $m$  geradores ( $G' \subset G$ ), então aparecerão partículas de spin zero sem massa em número igual ao dos geradores de  $G$  que não deixam o vácuo invariante, isto é, há  $n-m$  bosões de Nambu-Goldstone*

- Vemos portanto que o teorema não só nos diz que há partículas sem massa mas também nos diz o seu número
- Nos dois primeiros exemplos anteriores tínhamos os grupos  $U(1)$  e  $O(2)$  com 1 gerador, e o vácuo ficou sem simetria alguma e portanto o número de bosões de Nambu-Goldstone era igual ao número de geradores daqueles grupos, isto é um gerador
- O terceiro exemplo requer um pouco mais de atenção

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

[Teorema de Goldstone](#)

•  $U(1)$  e  $O(2)$

•  $SU(2) \times U(1)$

[Mecanismo de Higgs](#)

## O teorema de Goldstone: $SU(2) \times U(1)$

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

[Teorema de Goldstone](#)

•  $U(1)$  e  $O(2)$

•  $SU(2) \times U(1)$

[Mecanismo de Higgs](#)

- Isto porque embora tivéssemos só falado do grupo  $SU(2)$ , de facto a simetria do lagrangeano é maior do que  $SU(2)$  pois também é invariante para transformações de fase das duas componentes do dubleto ao mesmo tempo, isto é

$$\phi' = e^{i\epsilon} \phi$$

- Este grupo é o grupo  $U(1)$ , e é claro que as suas transformações comutam com as de  $SU(2)$ . Isto quer dizer que a invariância total do lagrangeano é  $SU(2) \times U(1)$ .
- O número de geradores é então  $3 + 1 = 4$ , o que quer dizer, de acordo com o teorema de Goldstone, que o vácuo ainda deve ser invariante para algum subgrupo abeliano de  $SU(2) \times U(1)$ .
- Isto é de facto verdade pois a combinação

$$Q = \frac{1 + \tau_3}{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

deixa invariante o vácuo.

# O teorema de Goldstone: $SU(2) \times U(1)$

Sumário

Exemplos Simples

Teorema de Goldstone

•  $U(1)$  e  $O(2)$

•  $SU(2) \times U(1)$

Mecanismo de Higgs

- De facto

$$Q\phi_{min} = \frac{1 + \tau_3}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix} = 0$$

- Portanto exponenciando o gerador obtemos a ação do subgrupo invariante

$$e^{i\epsilon Q} \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}$$

- Este modelo será a base do modelo standard das interações eletrofracas, e o gerador que não é quebrado será interpretado como a **carga elétrica** e as transformações anteriores correspondem ao grupo  $U(1)$  do **eletromagnetismo**

## O mecanismo de Higgs: caso $U(1)$

Sumário

Exemplos Simples

Teorema de Goldstone

Mecanismo de Higgs

•  $U(1)$

•  $SU(2) \times U(1)$

- ❑ Chegados aqui, podemos perguntar porque é que estivemos a estudar em tanto detalhe teorias com quebra espontânea de simetria
- ❑ À primeira vista o problema de **necessitarmos de partículas com massa** para descrever as interações fracas não parece ser resolvido com estas teorias, pois a **quebra de simetria dá origem a partículas sem massa** e os bósons de gauge dessas teorias não podem massa devido à invariância de gauge
- ❑ A razão é que se tivermos uma **teoria com invariância de gauge local** e o **fenómeno de quebra espontânea de simetria**, então os bósons de Nambu-Goldstone não aparecem e **é possível dar massa aos bósons vetoriais**
- ❑ Este fenómeno é conhecido pelo nome de mecanismo de Higgs, que passamos a explicar. Não vamos apresentar uma demonstração geral mas sim dar dois exemplos. Vamos começar pelo caso do campo escalar carregado com invariância de gauge local (caso  $U(1)$ )

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^* (D^\mu \phi) - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$$

onde a derivada covariante é

$$D_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$$

## O mecanismo de Higgs: caso U(1)

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

[Teorema de Goldstone](#)

[Mecanismo de Higgs](#)

• U(1)

• SU(2) × U(1)

- Por construção o lagrangeano é invariante para as transformações de gauge locais

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{i\epsilon(x)} \phi(x)$$

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{e} \partial_\mu \epsilon(x)$$

- Se  $\mu^2 > 0$  a teoria é simplesmente o lagrangeano da eletrodinâmica escalar. Se  $\mu^2 < 0$  devemos ter o mecanismo de quebra espontânea de simetria e temos que analisar o espectro com mais cuidado.
- Em particular temos que encontrar o vácuo da teoria (estado base). Este será dado pelos valores  $\langle \phi \rangle$  e  $\langle A_\mu \rangle$  que minimizem a energia. A invariância de Lorentz do vácuo requer que

$$\langle A_\mu \rangle = 0$$

mas o campo escalar  $\phi$  deverá ter um valor não nulo

$$\langle \phi \rangle = v = \sqrt{-\frac{\mu^2}{2\lambda}} > 0$$

## O mecanismo de Higgs: caso U(1)

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

[Teorema de Goldstone](#)

[Mecanismo de Higgs](#)

• U(1)

• SU(2) × U(1)

- Em vez de fazermos a mudança de variável  $\phi(x) \rightarrow v + \chi(x)$ , vamos parametrizar  $\phi$  exponencialmente, isto é

$$\phi(x) = e^{i\frac{\xi(x)}{\sqrt{2}v}} \left( v + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \right)$$

- Como vimos o campo  $\xi(x)$  está associado com a quebra espontânea da simetria. Na ausência do campo de gauge  $A_\mu$ , concluímos que  $\xi$  não tinha massa.
- Vamos ver agora que isso não é verdade para uma teoria de gauge. Substituindo no lagrangeano obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \xi \partial^\mu \xi + e^2 v^2 A_\mu A^\mu \\ & + \sqrt{2} v e A_\mu \partial^\mu \xi + \mu^2 \sigma^2 + \text{termos de ordem superior} \end{aligned}$$

- Da equação anterior resulta que o campo  $\sigma$  tem massa  $-2\mu^2$ , mas os campos  $A_\mu$  e  $\xi$  estão misturados ao nível dos termos quadráticos. Assim a leitura do espectro não é imediata.

## O mecanismo de Higgs: caso U(1)

- A maneira mais fácil de resolver esta situação é aproveitar a invariância de gauge local do lagrangeano. Se escolhermos para parâmetro da transformação de gauge

$$\epsilon(x) = -\frac{\xi(x)}{\sqrt{2}v} \Rightarrow \begin{cases} \phi(x) \rightarrow \phi'(x) = e^{-i\frac{\xi(x)}{\sqrt{2}v}} \phi(x) = v + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{2}} \\ A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) + \frac{1}{e\sqrt{2}v} \partial_\mu \xi \end{cases}$$

- Como o lagrangeano é invariante para estas transformações devemos ter

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\phi, A_\mu) &= \mathcal{L}(\phi', A'_\mu) \\ &= \frac{1}{2} \left[ (\partial_\mu - ieA'_\mu) (\sqrt{2}v + \sigma) \right] \left[ (\partial^\mu + ieA'^\mu) (\sqrt{2}v + \sigma) \right] \\ &\quad - \frac{1}{2} \mu^2 (\sqrt{2}v + \sigma)^2 - \frac{1}{4} \lambda (\sqrt{2}v + \sigma)^4 - \frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} \end{aligned}$$

onde

$$F'_{\mu\nu} = \partial_\mu A'_\nu - \partial_\nu A'_\mu$$

## O mecanismo de Higgs: caso U(1)

Sumário

Exemplos Simples

Teorema de Goldstone

Mecanismo de Higgs

• U(1)

• SU(2) × U(1)

- Agora o novo lagrangeano pode ser expandido facilmente

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + e^2 v^2 A'_\mu A'^\mu + \frac{1}{2} e^2 A'_\mu A'^\mu \sigma (2\sqrt{2}v + \sigma) - \frac{1}{2} \sigma^2 (6\lambda v^2 + \mu^2) - \sqrt{2}\lambda v \sigma^3 - \frac{1}{4} \lambda \sigma^4$$

- Nesta gauge não há, para os termos quadráticos, mistura entre os diferentes campos e portanto o espectro pode ser lido diretamente,

$$m_\sigma = \sqrt{6\lambda v^2 + \mu^2} = \sqrt{-2\mu^2}, \quad m_A = \sqrt{2}ev$$

e o campo  $\xi$  desapareceu completamente da teoria.

- Esta gauge, onde o espectro pode ser lido facilmente, é designada por *gauge unitária*. **Para onde foi o campo  $\xi$ ?**
- Para percebermos a resposta, façamos primeiro uma contagem de graus de liberdade. No lagrangeano original, temos dois campos escalares reais e um campo vetorial *sem massa*, portanto outros dois graus de liberdade. No total temos quatro graus de liberdade.



## O mecanismo de Higgs: caso $U(1)$

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

[Teorema de Goldstone](#)

[Mecanismo de Higgs](#)

•  $U(1)$

•  $SU(2) \times U(1)$

- ❑ No lagrangeano redefinido, temos só um campo escalar real, correspondendo a um grau de liberdade, mas temos um campo vetorial *com massa*, correspondendo a três graus de liberdade. A soma é de novo quatro.
- ❑ Portanto a interpretação é que o grau de liberdade associado ao  $\xi$  corresponde à polarização longitudinal do campo vetorial.
- ❑ Vemos assim, que contrariamente ao que diz o teorema de Goldstone, não só não há bósons de Nambu-Goldstone, mas além disso campos vetoriais podem adquirir massa no processo. Este fenómeno designa-se por *mecanismo de Higgs*. Com a atribuição do prémio Nobel de 2013 a comunidade passou a chamar **mecanismo de Brout-Englert-Higgs** embora na verdade tenha sido descoberto independentemente por várias pessoas
- ❑ O exemplo anterior é bastante simples e mostra o essencial do mecanismo de Higgs mas é demasiado simples para ser útil na física de partículas. Isto porque o campo  $A_\mu$  não pode ser interpretado como o fóton, pois sabemos que este não tem massa.

## O mecanismo de Higgs: caso $SU(2) \times U(1)$

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

[Teorema de Goldstone](#)

[Mecanismo de Higgs](#)

•  $U(1)$

•  $SU(2) \times U(1)$

- Para considerarmos um modelo mais realista, de facto a base do modelo standard das interações eletrofracas, consideremos a teoria de gauge construída sobre o modelo invariante para  $SU(2) \times U(1)$  dada pelo lagrangeano estudado anteriormente
- A versão com invariância de gauge local escreve-se

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi) - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$

onde  $V$  é dado por

$$V(\phi^\dagger \phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$$

e onde introduzimos os campos  $W_\mu^a$ , ( $a = 1, 2, 3$ ) e  $B_\mu$  correspondentes a  $SU(2)$  e a  $U(1)$ , respetivamente.

- Os tensores do campo são então

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g \varepsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \quad B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

# O mecanismo de Higgs: caso $SU(2) \times U(1)$

Sumário

Exemplos Simples

Teorema de Goldstone

Mecanismo de Higgs

• U(1)

• **SU(2) × U(1)**

- A derivada covariante é para este caso

$$D_\mu \phi \equiv \left( \partial_\mu + igW_\mu^a \frac{\tau^a}{2} + ig'B_\mu \frac{1}{2} \right) \phi$$

onde  $\tau^a$  são as matrizes de Pauli e o fator  $\frac{1}{2}$  no terceiro termo foi introduzido por conveniência (podemos sempre redefinir a constante  $g'$ )

- Note-se que como o grupo é um produto de 2 fatores, há uma constante de acoplamento para cada grupo fator,  $g$  e  $g'$ . O passo seguinte na análise deste modelo é encontrar o estado base ou vácuo. Devido aos requisitos de invariância de Lorentz só o campo escalar pode ter um valor constante diferente de zero e minimizar a energia. Esta será a situação quando  $\mu^2 < 0$
- Vejamos então qual o espectro de massa neste caso. Escolhemos os eixos de isospin tais que

$$\langle \phi \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix} \quad \text{onde} \quad v^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda}$$

## O mecanismo de Higgs: caso $SU(2) \times U(1)$

- Com a experiência do exemplo anterior podemos escolher uma gauge, designada por *gauge unitária*, onde

$$\phi(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ v + \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

- Então substituindo no lagrangeano, e conservando só os termos quadráticos

$$\begin{aligned} (D_\mu \phi^\dagger) (D^\mu \phi) &= \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \left( v^2 + \frac{1}{2} \sigma^2 + \sqrt{2} v \sigma \right) \left[ \frac{1}{4} g^2 (W_\mu^1 W^{1\mu} + W_\mu^2 W^{2\mu}) \right] \\ &\quad + \left( v^2 + \frac{1}{2} \sigma^2 + \sqrt{2} v \sigma \right) \left[ \frac{1}{4} (g W_\mu^3 - g' B_\mu) (g W^{3\mu} - g' B^\mu) \right] \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{4} (gv)^2 (W_\mu^1 W^{1\mu} + W_\mu^2 W^{2\mu}) \\ &\quad + \frac{1}{4} v^2 (g W_\mu^3 - g' B_\mu) (g W^{3\mu} - g' B^\mu) \\ &\quad + \text{termos de ordem superior} \end{aligned}$$

$$V(\phi^* \phi) = \text{constante} + \frac{1}{2} (-2\mu^2) \sigma^2 + \text{termos de ordem superior}$$

- E para os campos de gauge

$$W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + \text{termos de ordem superior}$$

$$B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

- Vejamos então o espectro da teoria. Na parte dos campos escalares obtemos, como anteriormente, só um campo escalar real com massa

$$m_\sigma = \sqrt{-2\mu^2}$$

- Como o lagrangeano tem produtos cruzados de  $W_\mu^3$  e  $B_\mu$ , para determinar o espectro de massa dos bósons de gauge temos que diagonalizar a matriz de massa

$$M^2 = \frac{1}{2} v^2 \begin{bmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{bmatrix}$$

- Os valores próprios de  $M^2$  são 0 e  $\frac{1}{2} v^2 (g^2 + g'^2)$

## O mecanismo de Higgs: caso $SU(2) \times U(1)$

Sumário

Exemplos Simples

Teorema de Goldstone

Mecanismo de Higgs

• U(1)

• **SU(2) × U(1)**

- Se designarmos o vetor próprio de massa nula por  $A_\mu$  e outro por  $Z_\mu$ , podemos escrever

$$\begin{cases} A_\mu &= \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu \\ Z_\mu &= \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu \end{cases}$$

- O ângulo  $\theta_W$  é determinado pelo requerimento que  $A_\mu$  seja o vetor próprio de massa nula, isto é

$$\frac{1}{2} v^2 \begin{bmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \theta_W \\ \cos \theta_W \end{bmatrix} = 0$$

- Daqui resulta

$$g^2 \sin \theta_W - gg' \cos \theta_W = 0$$

ou seja

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}$$

# O mecanismo de Higgs: caso $SU(2) \times U(1)$

- A parte livre (quadrática nos campos) do lagrangeano escreve-se então

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{livre}} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - \frac{1}{2} (-2\mu^2) \sigma^2 \\
 & - \frac{1}{4} \tilde{W}_{\mu\nu}^1 \tilde{W}^{1\mu\nu} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} g^2 v^2 \right) W_\mu^1 W^{1\mu} \\
 & - \frac{1}{4} \tilde{W}_{\mu\nu}^2 \tilde{W}^{2\mu\nu} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} g^2 v^2 \right) W_\mu^2 W^{2\mu} \\
 & - \frac{1}{4} \tilde{Z}_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} v^2 (g^2 + g'^2) \right] Z_\mu Z^\mu \\
 & - \frac{1}{4} \tilde{A}_{\mu\nu} \tilde{A}^{\mu\nu}
 \end{aligned}$$

- Definimos as partes quadráticas dos tensores dos campos de gauge

$$\tilde{W}_{\mu\nu}^{1,2} = \partial_\mu W_\nu^{1,2} - \partial_\nu W_\mu^{1,2}, \quad \tilde{Z}_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \quad \tilde{A}_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

## O mecanismo de Higgs: caso $SU(2) \times U(1)$

Sumário

Exemplos Simples

Teorema de Goldstone

Mecanismo de Higgs

•  $U(1)$

•  $SU(2) \times U(1)$

- Vemos portanto que na presença de campos de gauge, o fenómeno da quebra espontânea de simetria não conduz a campos escalares sem massa.

- O espectro de massa é o seguinte. Um campo escalar,  $\sigma$ , com massa  $m_\sigma = \sqrt{-2\mu^2}$  como antes. Dois campos vetoriais com massa  $M_W = \sqrt{\frac{1}{2} g^2 v^2}$ , um campo vetorial com massa  $M_Z = \sqrt{\frac{1}{2} v^2 (g^2 + g'^2)}$  e um campo vetorial sem massa.

- Vemos assim, que 3 dos campos de gauge adquiriram massa devido ao fenómeno de quebra espontânea de simetria. Este fenómeno é designado por mecanismo de Higgs.
- Repare-se que a contagem do número de graus de liberdade está certa, pois um campo vetorial massivo tem 3 polarizações enquanto que se não tiver massa tem só duas. Assim se explica o *desaparecimento* dos três escalares da teoria.
- Em linguagem pictórica, diz-se que foram **comidos** pelos campos de gauge que então ficaram **gordos** com massa.



## O mecanismo de Higgs: caso $SU(2) \times U(1)$

[Sumário](#)

[Exemplos Simples](#)

[Teorema de Goldstone](#)

[Mecanismo de Higgs](#)

•  $U(1)$

•  $SU(2) \times U(1)$

- Este mecanismo tornou possível aplicar as teorias com invariância de gauge às interações fracas pois passou a ser possível dar massa aos portadores da força fraca

- Note-se ainda que um dos campos de gauge não adquiriu massa tornando-se portanto um candidato para ser o fóton.

- Isto deve-se ao facto da simetria não ter sido toda quebrada, há ainda uma simetria residual  $U(1)$ , isto é

$$SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)$$

que, como veremos no capítulo dedicado ao modelo standard, corresponderá ao eletromagnetismo.

- O outro facto fundamental sobre o mecanismo de Higgs, é que uma teoria com invariância de gauge local, com quebra espontânea de simetria é renormalizável, enquanto que uma teoria de campos vetoriais com massa o não é. O modelo que temos vindo a descrever corresponde de facto ao modelo standard (devido a Glashow-Weinberg-Salam) para as interações fracas e eletromagnéticas, que descreveremos em maior detalhe a seguir