



# Física de Partículas

## Aula 9

### O Modelo Standard Eletrofraco: $SU(2)_L \times U_Y(1)$

Jorge C. Romão

Instituto Superior Técnico, Departamento de Física & CFTP  
A. Rovisco Pais 1, 1049-001 Lisboa, Portugal

2014

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

- Motivação e estratégia
- O setor de gauge
- Os leptões
  - ◆ Derivada covariante
  - ◆ Representações e números quânticos
  - ◆ Correntes carregadas
  - ◆ Correntes neutras
- Os quarks
- A massa dos leptões
- Exemplos
  - ◆ A largura  $Z \rightarrow f\bar{f}$
  - ◆ A colisão  $e^-\bar{\nu}_e \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu$

- Vamos neste capítulo aplicar as ideias das teorias de gauge com quebra espontânea de simetria às interações fracas de quarks e leptões. Consideraremos o modelo específico associado aos nomes de **Glashow, Weinberg e Salam**, que devido ao seu sucesso experimental se veio a tornar conhecido como o **modelo standard das interações eletrofracas**
- Contudo antes de entrarmos em detalhes, tentemos responder a três questões:
  - i) **Porquê uma teoria de gauge com quebra espontânea de simetria?**
  - ii) **Qual o grupo de simetria relevante?**
  - iii) **Quais as representações a escolher?**
- Começemos pela **primeira**. Há várias razões. A mais importante resulta do estudo da fenomenologia das interações fracas, onde aparecia claro que estas deviam ser mediadas por uma partícula de spin 1 e que esta partícula devia ter massa devido ao curto alcance das interações fracas. Ora, depois de muito trabalho teórico mostrou-se que **as únicas teorias consistentes, isto é, renormalizáveis e unitárias, com partículas de spin 1 com massa eram precisamente as teorias de gauge com quebra espontânea de simetria.**

- Uma evidência adicional vem da existência duma universalidade de intensidades entre as interações de leptões e quarks se descontarmos a rotação de Cabibbo, efeito que, como veremos, não provém do sector de gauge da teoria, mas sim do sector das massas. Uma tal universalidade seria precisamente o que seria de esperar duma teoria de gauge, onde uma constante  $g_w$  desempenhasse um papel semelhante à carga eléctrica em QED.
- **As outras duas questões** podem ser respondidas em simultâneo. Vimos que a estrutura das correntes fracas sugeria a ideia dum grupo de isospin fraco  $SU_L(2)$  para as componentes esquerdas que participam na corrente carregada. Daí resultava que as componentes esquerdas deviam ser agrupados num dubleto. As componentes direitas dos campos carregados deveriam ser então singletos de  $SU_L(2)$  para não participarem na interação fraca das correntes carregadas.
- Poderia o grupo ser então só  $SU_L(2)$ ? Pensando um pouco logo se conclui que não. A razão prende-se com o facto da estrutura das correntes de  $SU_L(2)$  ser  $V - A$ . Então a componente 3 (neutra) também teria essa estrutura e não poderia ser identificada com a corrente eletromagnética que, como sabemos, tem acoplamento vetorial ao fóton. **Portanto o bosão  $W_\mu^3$  não pode ser o fóton.**

- Assim surgiu a ideia de alargar o grupo da forma mínima com um produto por um grupo Abelianos obtendo-se portanto  $SU(2) \times U(1)$
- Como vimos no capítulo anterior, havia neste caso dois bosões  $W_\mu^3$  e  $B_\mu$  que se misturavam para dar um campo com massa a que chamámos  $Z_\mu$  e outro, sem massa, designado por  $A_\mu$  e que, como veremos no seguimento, se identificará com o fóton
- Este modelo prevê portanto, para além da corrente eletromagnética a existência de correntes fracas neutras, o que foi verificado experimentalmente. Os resultados experimentais mostram que a Natureza escolheu a hipótese mais simples. Nas secções seguintes descreveremos os vários aspetos do modelo.
- O sector de gauge e de Higgs do modelo standard é aquele que já descrevemos na aula anterior. Vamos aqui apenas resumir os resultados para uma teoria de gauge dos grupos  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  com invariância local

## O sector de gauge e Higgs

- O **lagrangeano** escreve-se

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi) - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$

onde  $V$  é dado por

$$V(\phi^\dagger \phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$$

e onde introduzimos os campos  $W_\mu^a$ , ( $a = 1, 2, 3$ ) e  $B_\mu$  correspondentes a  $SU_L(2)$  e a  $U_Y(1)$ , respetivamente.

- Os **tensores do campo** são então ( $a = 1, 2, 3$ )

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g \varepsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \quad \text{e} \quad B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

- **A derivada covariante** é para este caso

$$D_\mu \phi \equiv \left( \partial_\mu + ig W_\mu^a \frac{\tau^a}{2} + ig' B_\mu \frac{1}{2} \right) \phi$$

onde  $\tau^a$  são as matrizes de Pauli para o grupo  $SU(2)_L$ .

- **Depois do mecanismo da quebra espontânea de simetria** vimos que a parte livre (quadrática) do lagrangeano se podia escrever

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{livre}} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - \frac{1}{2} (-2\mu^2) \sigma^2 \\
 & - \frac{1}{4} \tilde{W}_{\mu\nu}^1 \tilde{W}^{1\mu\nu} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} g^2 v^2 \right) W_\mu^1 W^{1\mu} \\
 & - \frac{1}{4} \tilde{W}_{\mu\nu}^2 \tilde{W}^{2\mu\nu} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} g^2 v^2 \right) W_\mu^2 W^{2\mu} \\
 & - \frac{1}{4} \tilde{Z}_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} v^2 (g^2 + g'^2) \right] Z_\mu Z^\mu \\
 & - \frac{1}{4} A_{\mu\nu} A^{\mu\nu}
 \end{aligned}$$

- Nesta equação introduzimos os campos  $A_\mu$  e  $Z_\mu$  através das relações

$$\begin{cases}
 A_\mu & = \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu \\
 Z_\mu & = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu
 \end{cases}$$

- O ângulo  $\theta_W$  foi determinado pelo requerimento que  $A_\mu$  seja o vetor próprio de massa nula e obtivemos

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}$$

- Do lagrangeano resulta que temos um campo escalar com massa,  $\sigma$ , que passaremos a designar por  $H$ . É o bóson de Higgs e a sua massa é dada por

$$m_H = \sqrt{-2\mu^2}$$

- Além disso existem dois campos vetoriais  $W_\mu^{1,2}$  com massa

$$M_{W^1, W^2} = \sqrt{\frac{1}{2} g^2 v^2}$$

- E outro campo vetorial  $Z_\mu$  com massa

$$M_Z = \sqrt{\frac{1}{2} v^2 (g^2 + g'^2)}$$

[Sumário](#)
[Estratégia](#)
[O sector de gauge](#)
[Os leptões](#)
[Os quarks](#)
[A massa dos Leptões](#)
[Examples](#)

- Em vez dos campos  $W_{\mu}^{1,2}$  é usual introduzir um **campo vetorial complexo**  $W_{\mu}^{\pm}$  através das relações

$$W_{\mu}^{-} = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_{\mu}^1 + iW_{\mu}^2) \quad ; \quad W_{\mu}^{+} = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_{\mu}^1 - iW_{\mu}^2)$$

- Então a massa deste campo será

$$M_W = \sqrt{\frac{1}{2} g^2 v^2}$$

- Usando  $\tan \theta_W = g'/g$  obtemos uma relação importante entre as massas do  $W$  e do  $Z$

$$M_W = M_Z \cos \theta_W$$

- Finalmente o outro campo vetorial  $A_{\mu}$  não tem massa

$$M_A = 0$$

## O sector de gauge e Higgs

- Vemos assim que **o campo  $A_\mu$  deve ser identificado com o fóton**. Esta identificação permite eliminar uma das constantes  $g$  e  $g'$  (ou  $g$  e  $\theta_W$ ) em termos da carga elétrica que corresponde ao gerador conservado

$$Q = \frac{1 + \tau_3}{2}$$

- Para isso escrevemos a derivada covariante em termos dos campos físicos,

$$\begin{aligned}
 D_\mu &= \left( \partial_\mu + igW_\mu^a \frac{\tau^a}{2} + ig' B_\mu \frac{1}{2} \right) \phi \\
 &= \left[ \partial_\mu + i \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \tau^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- \tau^- \right. \\
 &\quad \left. + ig \sin \theta_W Q A_\mu + i \frac{g}{\cos \theta_W} \left( \frac{\tau_3}{2} - \sin^2 \theta_W Q \right) \right] \phi
 \end{aligned}$$

o que permite identificar

$$g \sin \theta_W = e$$

- Como a carga elétrica é conhecida o único parâmetro a determinar é o ângulo  $\theta_W$ .

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

- A beleza das teorias de gauge é que **as interações dos campos de matéria com os bosões de gauge ficam completamente determinadas pela invariância de gauge**. Vimos isso já para o caso da interação com os campos de Higgs e o mesmo se passa para os fermiões.

- De facto já vimos que forma devia ter o lagrangeano de qualquer fermião para a teoria  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ . A parte dos fermiões é

$$\mathcal{L} = \sum_f \bar{\Psi}_f (i\not{D} - m) \Psi_f$$

onde

$$D_\mu \Psi = (\partial_\mu + igW_\mu^a \Omega^a + ig'Y B_\mu) \Psi$$

- **As matrizes  $\Omega^a$  são as apropriadas para a representação em que os fermiões se encontrem**. Temos portanto, antes de escrever as interações, descobrir quais as representações de  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  em que se encontram os diferentes fermiões. Começamos pelos leptões.

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

- Os leptões conhecidos distribuem-se por 3 famílias com propriedades idênticas só diferindo na sua massa. Esta repetição que se verifica experimentalmente não é explicada pela teoria, mas introduzida para estar de acordo com a fenomenologia conhecida.
- No seguimento falaremos somente da família do eletrão (o eletrão e o seu neutrino), mas tudo o que dissermos e aplica às famílias do muão e do tau.
- Como vimos anteriormente, as correntes carregadas que medeiam a interação fraca (troca do  $W_\mu^\pm$ ) são exatamente  $V - A$ , ou seja, nelas tomam parte somente a componente de helicidade esquerda dos leptões carregados.
- Para se obter isto é necessário tratar de forma diferente as duas helicidades das partículas carregadas. Assim e tendo em conta que o grupo que emerge da fenomenologia é  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ , distribuámos o eletrão e o seu neutrino pelas seguintes representações de  $SU_L(2)$ , dito *isospin fraco*

$$E_L \equiv \frac{1 - \gamma_5}{2} \begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{bmatrix} \quad ; \quad e_R \equiv \frac{1 + \gamma_5}{2} e$$

Sumário

Estratégia

Os sectores de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

- Portanto as componentes de helicidade esquerda do electrão e do seu neutrino formam um dubleto de  $SU_L(2)$ , enquanto que a componente de helicidade direita do electrão é um singlete do isospin fraco. **Esta escolha determina as transformações de  $SU_L(2)$**

$$\delta E_L = i\epsilon^a \frac{\tau^a}{2} E_L$$

$$\delta e_R = 0$$

- **Falta-nos então determinar as transformações sob a ação do grupo  $U_Y(1)$ .** Estas serão em geral

$$\delta \ell = i\frac{\epsilon}{2} Y_\ell \ell$$

onde  $\ell$  é qualquer componente de helicidade dos leptões, isto é  $\ell = e_L, e_R, \nu_{eL}$ , e  $Y_\ell$  é um número, designado por *hipercarga fraca* diferente, em princípio, para cada helicidade do leptão.

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

- **Notar que isto exclui logo termos de massa para os leptões**, pois estes são da forma

$$\mathcal{L}_{\text{massa}} = -m (\bar{\ell}_L \ell_R + \bar{\ell}_R \ell_L)$$

e portanto não seriam invariantes nem para  $SU_L(2)$ , pois não é um singlete, nem para  $U_Y(1)$  se as hipercargas fracas de  $\ell_L$  e  $\ell_R$  forem diferentes.

- **O valor  $Y$  não é arbitrário pois o fóton deve acoplar com a corrente eletromagnética**. Assim para uma dada helicidade do leptão  $\ell$  devemos ter

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} &= -\bar{\ell} \gamma^\mu \left[ g W_\mu^3 T^3 + \frac{1}{2} g' B_\mu Y \right] \ell \\ &= -\bar{\ell} \gamma^\mu \left[ A_\mu \left( g \sin \theta_W T^3 + \frac{1}{2} g' \cos \theta_W Y \right) + Z_\mu \left( g \cos \theta_W T^3 - \frac{1}{2} g' \sin \theta_W Y \right) \right] \ell \\ &= -\bar{\ell} \gamma_\mu \left\{ A^\mu e \left( T^3 + \frac{1}{2} Y \right) + Z^\mu \frac{g}{\cos \theta_W} \left[ T^3 - \sin^2 \theta_W \left( T^3 + \frac{1}{2} Y \right) \right] \right\} \ell \end{aligned}$$

onde  $T^3$  é o valor numérico do isospin fraco para o leptão  $\ell$ .

- Comparando com o que devíamos ter para a corrente eletromagnética,

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{\text{QED}} = -eQ \bar{l} \gamma^\mu l A_\mu$$

onde  $e = |e|$  e portanto  $Q$  é o valor da carga da partícula em unidades da carga do próton, obtemos então

$$Q = T^3 + \frac{1}{2}Y$$

o que determina  $Y$ .

- Apresentamos então os números quânticos para os leptões

	$e_L$	$e_R$	$\nu_L$
$T^3$	$-1/2$	$0$	$+1/2$
$Y$	$-1$	$-2$	$-1$
$Q$	$-1$	$-1$	$0$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

- Esta tabela implica a seguinte forma para as derivadas covariantes,

$$D_\mu E_L = \left( \partial_\mu + ig \frac{\tau^a}{2} W_\mu^a - i \frac{g'}{2} B_\mu \right) E_L$$

$$= \left[ \partial_\mu + \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \tau^+ + W_\mu^- \tau^-) + ieQ A_\mu + i \frac{g}{\cos \theta_W} \left( \frac{\tau^3}{2} - \sin^2 \theta_W Q \right) Z_\mu \right] E_L$$

$$D_\mu e_R = (\partial_\mu - ig' B_\mu) e_R = \left( \partial_\mu - ieA_\mu + i \frac{g}{\cos \theta_W} \sin^2 \theta_W Z_\mu \right) e_R$$

- Das expressões anteriores é fácil obter as interações dos leptões com os campos de gauge, as chamadas correntes fracas carregada e neutra
- O lagrangeano dos leptões no limite em que as massas dos leptões são nulas é então

$$\mathcal{L}_{\text{leptões}} = i\bar{E}_L \not{D} E_L + i\bar{e}_R \not{D} e_R + \text{termos iguais para o } \mu \text{ e para o } \tau$$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

- Usando a expressão anterior podemos escrever os termos de interação

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{int}} &= -\frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e W_\mu^+ - \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_e W_\mu^- \\
 &\quad - \frac{g}{4 \cos \theta_W} \left[ \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_e - \bar{e} \gamma^\mu (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) e \right] Z_\mu \\
 &\quad - (-e) \bar{e} \gamma^\mu e A_\mu \\
 &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_e \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} e W_\mu^+ - \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{e} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} \nu_e W_\mu^- \\
 &\quad - \frac{g}{\cos \theta_W} \left[ \bar{\nu}_e \gamma^\mu \left( \underbrace{\frac{1}{4}}_{g_V^\nu} - \underbrace{\frac{1}{4}}_{g_A^\nu} \gamma_5 \right) \nu_e + \bar{e} \gamma^\mu \left( \underbrace{\left( -\frac{1}{4} + \sin^2 \theta_W \right)}_{g_V^e} - \underbrace{\left( -\frac{1}{4} \right)}_{g_A^e} \gamma_5 \right) e \right] Z_\mu \\
 &\quad - e Q_e \bar{e} \gamma^\mu e A_\mu
 \end{aligned}$$

- O termo proporcional a  $A_\mu$  representa a interação eletromagnética como descrita em QED.
- Daremos alguns exemplos das outras interações mediadas por  $W_\mu^\pm$  e  $Z_\mu$ .

[Sumário](#)
[Estratégia](#)
[O sector de gauge](#)
[Os leptões](#)

- Derivada covariante

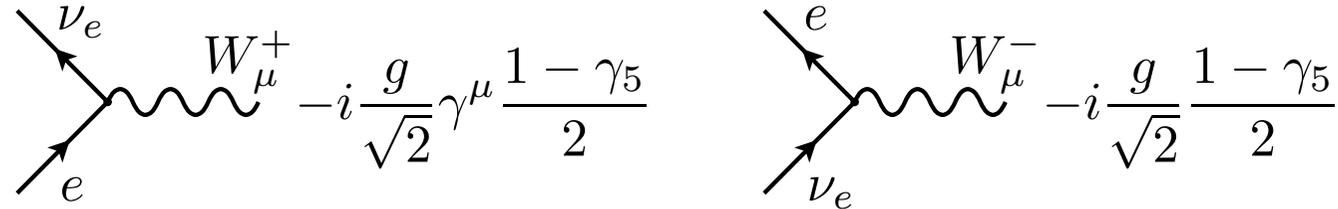
- Representações

- **Correntes carregadas**

- Correntes neutras

[Os quarks](#)
[A massa dos Leptões](#)
[Examples](#)

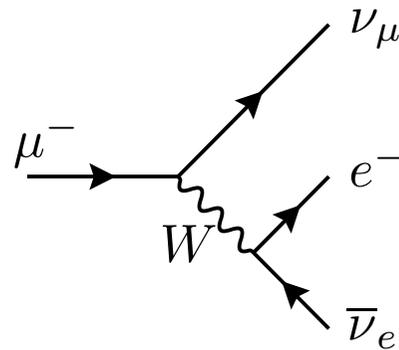
- Do lagrangeano de interação concluímos que os vértices relevantes são os indicados na figura



$$\begin{array}{c} \nu_e \\ \nearrow \\ \text{---} W_\mu^+ \\ \searrow \\ e \end{array} \quad -i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2}
 \qquad
 \begin{array}{c} e \\ \nearrow \\ \text{---} W_\mu^- \\ \searrow \\ \nu_e \end{array} \quad -i \frac{g}{\sqrt{2}} \frac{1 - \gamma_5}{2}$$

- Um exemplo típico é o decaimento do muão

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$



Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• **Correntes carregadas**

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

- O cálculo deste processo no limite das baixas energias dá uma amplitude

$$\mathcal{M} = \frac{g^2}{8M_W^2} \left[ \bar{\nu}_\mu \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \mu \right] \left[ \bar{e} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \nu_e \right]$$

que coincide com a amplitude do modelo fenomenológico das interações fracas de Feynman e Gell-Mann, se identificarmos

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$$

onde  $G_F$  é a constante de Fermi.

- Isto permite obter **uma estimativa de massa do  $W$** . Obtemos

$$\begin{aligned} M_W^2 &= \frac{g^2}{4\sqrt{2}G_F} = \frac{e^2}{4\sqrt{2}G_F} \frac{1}{\sin^2 \theta_W} \text{ GeV} \\ &= \left( \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F} \right) \frac{1}{\sin^2 \theta_W} = \frac{(37.5 \text{ GeV})^2}{\sin^2 \theta_W} \end{aligned}$$

# As correntes carregadas

- Para o presente valor  $\sin^2 \theta_W \simeq 0.23$  obtemos

$$M_W \simeq 78 \text{ GeV}$$

- Este valor está um pouco abaixo do valor experimental atualmente aceite

$$M_W = 80.37 \pm 0.17 \text{ GeV}$$

- A diferença está no facto de que a expressão anterior é somente válida na aproximação de Born (nível árvore). Com a introdução das **correções radiativas** ela passa-se a escrever

$$M_W^2 = \left( \frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F} \right) \frac{1}{\sin^2 \theta_W} \frac{1}{1 - \Delta r}$$

onde  $\Delta r$  encerra as correções de ordem superior.

- Atualmente o valor para  $\Delta r$  é

$$\Delta r = 0.06$$

o que faz subir  $M_W$  para o valor para o indicado

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• **Correntes carregadas**

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

# As correntes neutras

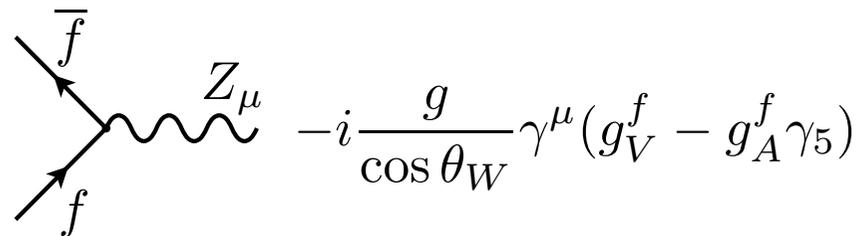
- É usual escrever a interação do  $Z^0$  numa forma aplicável a qualquer fermião  $f$ . Para isso escrevemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}}^Z &= - \frac{g}{\cos \theta_W} \left[ \bar{\nu}_e \gamma^\mu (g_V^\nu - g_A^\nu \gamma_5) \nu_e + \bar{e} \gamma^\mu (g_V^e - g_A^e \gamma_5) e \right] Z^\mu \\ &\quad + \text{termos iguais para os outros leptões} \\ &= - \frac{g}{\cos \theta_W} \sum_f \bar{\psi}_f \gamma^\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) \psi_f Z_\mu \end{aligned}$$

onde

$$g_V^f = \frac{1}{2} T_3^f - Q^f \sin^2 \theta_W \quad ; \quad g_A^f = \frac{1}{2} T_3^f$$

- Este lagrangeano dá então origem ao vértice



- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
  - Derivada covariante
  - Representações
  - Correntes carregadas
  - **Correntes neutras**
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Examples

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• **Correntes neutras**

Os quarks

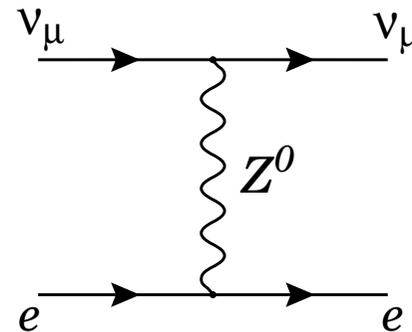
A massa dos Leptões

Examples

- Um exemplo típico é a difusão elástica

$$\nu_\mu + e \rightarrow \nu_\mu + e$$

a que corresponde o diagrama



- A amplitude para baixas energias é

$$\mathcal{M} = \frac{g^2}{4 \cos^2 \theta_W M_Z^2} \left[ \bar{\nu}_\mu \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \nu_\mu \right] \left[ \bar{e} \gamma_\alpha (g_V^e - g_A^e \gamma_5) e \right]$$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• **Correntes neutras**

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

- Usando as equações para as massas do  $W$  e  $Z$  conclui-se que

$$M_W^2 = M_Z^2 \cos^2 \theta_W$$

e portanto podemos escrever a amplitude na forma

$$\mathcal{M} = \sqrt{2}G_F \left[ \bar{\nu}_\mu (1 - \gamma_5) \nu_\mu \right] \left[ \bar{e} \gamma_\alpha (g_V^e - g_A^e \gamma_5) e \right]$$

- Foi a descoberta experimental do processo anterior e também do processo

$$\nu_e + e \rightarrow \nu_e + e$$

mediados pela corrente neutra que constituíram a primeira validação, antes da experiência do LEP, do modelo de Glashow-Weinberg-Salam.

# A introdução dos quarks

- As interações fracas dos hádrões podem ser explicitadas a partir das interações fracas dos quarks. Nós faremos as seguintes hipóteses:

*i) Os quarks aparecem em diferentes sabores. Experimentalmente necessitam-se de 6:  $u, d, s, c, b, e t$ .*

*ii) Para cada sabor os quarks aparecem em 3 cores distintas, mas os hádrões são singletos de cor.*

*iii) As correntes eletromagnéticas e fracas são singletos de cor e atuam somente no espaço dos sabores.*

- Uma vez expostas as nossas hipóteses, que incorporam o que é conhecido experimentalmente, vamos agora especificar as propriedades de transformação dos quarks, de helicidades esquerda e direita, sob a ação do grupo  $SU(2) \times U(1)$ . Para isso damos os valores de  $T^3$  e  $Y$  na tabela

	$u_L$	$d_{cL}$	$c_L$	$s_{cL}$	$u_R$	$d_R$	$c_R$	$s_R$	$t$	$b$
$T^3$	1/2	-1/2	1/2	-1/2	0	0	0	0	1/2	-1/2
$Y$	1/3	1/3	1/3	1/3	4/3	-2/3	4/3	-2/3	4/3	-2/3
$Q$	2/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3	-1/3

- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks**
- A massa dos Leptões
- Examples

# A introdução dos quarks

[Sumário](#)

[Estratégia](#)

[O sector de gauge](#)

[Os leptões](#)

[Os quarks](#)

[A massa dos Leptões](#)

[Examples](#)

- Nesta tabela  $d_c$  e  $s_c$  são as seguintes misturas de  $d$  e  $s$

$$d_c = \cos \theta_c d + \sin \theta_c s$$

$$s_c = -\sin \theta_c d + \cos \theta_c s$$

onde  $\theta_c$  é o ângulo de Cabibbo, conforme discutido anteriormente.

- Com a introdução dos quarks  $b$  e  $t$ , a matriz de rotação  $2 \times 2$  entre  $d$  e  $s$  deve ser generalizada para uma matriz de rotação  $3 \times 3$  no espaço  $d$ ,  $s$  e  $b$ , a chamada matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). Isto será explicado no capítulo seguinte quando falarmos das massas dos quarks. Em primeira aproximação é contudo verdade que o efeito dominante é a rotação de Cabibbo, isto é, consideramos só a mistura entre  $d$  e  $s$ .
- Dentro desta aproximação as representações de  $SU_L(2)$  são

$$\begin{bmatrix} u \\ d_c \end{bmatrix}_L ; \begin{bmatrix} c \\ s_c \end{bmatrix}_L ; \begin{bmatrix} t \\ b \end{bmatrix}_L ; u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R$$

# A introdução dos quarks

- Usando a analogia com os leptões e os valores da tabela, é fácil escrever o lagrangeano de interação

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{int}}^{\text{quarks}} = & -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left[ \bar{u}\gamma^\mu(1-\gamma_5)d_c + \bar{c}\gamma^\mu(1-\gamma_5)s_c + \bar{t}\gamma^\mu(1-\gamma_5)b \right] W_\mu^+ \\
 & -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left[ d_c\gamma^\mu(1-\gamma_5)n + \bar{s}_c\gamma^\mu(1-\gamma_5)c + \bar{b}\gamma^\mu(1-\gamma_5)t \right] W_\mu^- \\
 & + e \left[ \frac{2}{3} \bar{u}\gamma^\mu u + \frac{2}{3} \bar{c}\gamma^\mu c + \frac{2}{3} \bar{t}\gamma^\mu t - \frac{1}{3} \bar{d}\gamma^\mu d - \frac{1}{3} \bar{s}\gamma^\mu s - \frac{1}{3} \bar{b}\gamma^\mu b \right] A_\mu \\
 & -\frac{g}{\cos\theta_W} \sum_{f=\text{quarks}} \bar{f}\gamma^\mu(g_V^f - g_A^f\gamma_5)f Z_\mu
 \end{aligned}$$

- Notar que a interação mediada pela corrente carregada tem exatamente a forma encontrada fenomenologicamente por Cabibbo para os acoplamentos semi-leptónicos  $\Delta S = 0, 1$ .
- Por outro lado a corrente neutra obedece à regra de seleção  $\Delta S = 0$ , isto é, o mecanismo de GIM está incorporado no modelo.

# A introdução dos quarks

[Sumário](#)

[Estratégia](#)

[O sector de gauge](#)

[Os leptões](#)

[Os quarks](#)

[A massa dos Leptões](#)

[Examples](#)

- ❑ O lagrangeano anterior descreve portanto as interações fracas e eletromagnéticas dos quarks, isto é as correspondentes ao grupo de simetria  $SU_L(2) \times U_Y(1)$
- ❑ As interações fortes são explicadas pela teoria de gauge da cor, isto a Cromodinâmica Quântica (QCD). Esta é a teoria de gauge do grupo  $SU(3)_{\text{cor}}$ .
- ❑ De acordo com as nossas hipóteses os geradores de  $SU(3)_{\text{cor}}$  devem comutar com os de  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ .
- ❑ Portanto o grupo *fenomenológico* que descreve as interações fracas, eletromagnéticas e fortes é

$$G = SU(3)_{\text{cor}} \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

# A massa dos Leptões

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

Os quarks

**A massa dos Leptões**

Examples

- Como as transformações do grupo  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  tratam de forma diferente as duas helicidades, um termo de massa para os leptões não é invariante sob a ação de  $SU_L(2) \times U_Y(1)$

- De facto

$$\mathcal{L}_{\text{massa electrão}} = -m_e \bar{e}e = -m_e (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R)$$

e numa transformação de  $U_Y(1)$ , por exemplo, obtemos

$$\delta_Y \mathcal{L}_{\text{massa electrão}} = -m_e \frac{i}{2} \varepsilon (\bar{e}_R e_L - \bar{e}_L e_R) \neq 0$$

- A maneira de resolver esta dificuldade é exigir que antes da quebra espontânea de simetria os leptões não tenham massa e que seja o próprio mecanismo de quebra de simetria que dê origem à massa.
- Isto é possível mediante novas interações a juntar ao lagrangeano entre os leptões e os escalares, ditos campos de Higgs. Para formarmos termos de massa para os leptões carregados, temos portanto de construir primeiro um termo no lagrangeano que seja invariante para  $SU_L(2) \times U_Y(1)$

## A massa dos Leptões

- Fazemos isso primeiro para o eletrão. Com o dubleto  $E_L$  e o dubleto de Higgs  $\phi$  podemos formar um singlete de  $SU_L(2)$ . Por outro lado

$$Y(E_L) = -1, \quad Y(\phi) = +1$$

pelo que um termo de forma  $E_L^\dagger \phi$  é singlete de  $SU_L(2)$  e tem hipercarga fraca

$$Y(E_L^\dagger \phi) = Y(E_L^\dagger) + Y(\phi) = +2$$

- Mas  $E_L^\dagger \phi$  não é invariante de Lorentz, pois falta um spinor de helicidade direita. Notando que

$$Y(e_R) = -2$$

concluimos que o lagrangeano invariante de Lorentz e invariante para  $SU_L(2) \times U(1)$  é

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -f_e \bar{E}_L \phi e_R + \text{h.c.}$$

onde  $f_e$  é uma constante de acoplamento sem dimensões.

## A massa dos Leptões

[Sumário](#)

[Estratégia](#)

[O sector de gauge](#)

[Os leptões](#)

[Os quarks](#)

[A massa dos Leptões](#)

[Examples](#)

- Para vermos que este lagrangeano dá massa ao eletrão, notemos que quando se dá o fenómeno de quebra espontânea de simetria temos

$$\phi = \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix} + \dots$$

- Obtemos assim (tomamos  $f_e$  real)

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -f_e v (\bar{e}_R e_L) + \dots$$

donde se conclui que

$$f_e = \frac{m_e}{v} = 2.8 \times 10^{-6}$$

- A introdução do muão e do tau é agora trivial. Há contudo um detalhe que vale a pena explicar. O lagrangeano mais geral que dá massa aos leptões carregados é

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - \sum_{i,j=1}^3 f_{ij} \bar{E}(i) \phi e_R(j), \quad \text{onde } e(1) = e; e(2) = \mu; e(3) = \tau$$

# A massa dos Leptões

[Sumário](#)

[Estratégia](#)

[O sector de gauge](#)

[Os leptões](#)

[Os quarks](#)

[A massa dos Leptões](#)

[Examples](#)

- Em geral a matriz  $f_{ij}$  não é diagonal. Para encontrarmos os estados físicos teríamos de diagonalizar a matriz de massa

- Contudo, se os neutrinos não tiverem massa é sempre possível redefinir os campos dos neutrinos e acabar com novos campos que são diagonais tanto na matriz de massa como nos termos de interação, tal como fizemos em

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - \sum_{i=1}^3 f_i \bar{E}_L(i) \phi e_R(i)$$

- Para este argumento é essencial que  $m_\nu = 0$ . Como veremos não é possível utilizar o mesmo argumento para os quarks resultando daí a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

- Hoje sabe-se que, embora muito pequena (menor que 1 eV), os neutrinos têm massa. Para explicar a massa dos neutrinos é preciso generalizar o modelo standard, aparecendo então o equivalente à matriz CKM.

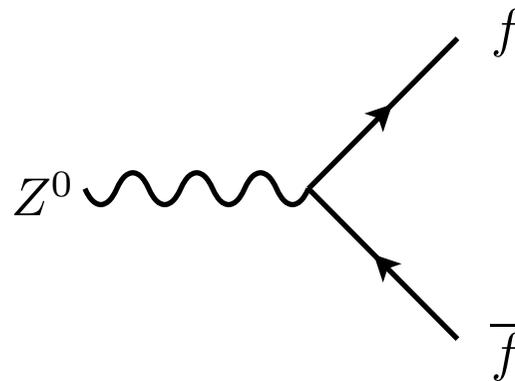
- Nós neste curso introdutório vamos continuar a considerar que os neutrinos não têm massa o que é uma aproximação muito boa para as experiências nos aceleradores.

- [Sumário](#)
- [Estratégia](#)
- [O sector de gauge](#)
- [Os leptões](#)
- [Os quarks](#)
- [A massa dos Leptões](#)
- [Examples](#)
  - Decay  $Z \rightarrow f\bar{f}$
  - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- As first example consider then the decay of the  $Z$  boson,

$$Z^0 \rightarrow f \bar{f}$$

- Here  $f$  is any standard model fermion with the exception of the top quark
- The Feynman diagram is given by



- This corresponds to the amplitude

$$\mathcal{M} = g_Z \epsilon_\mu(k, \lambda) \bar{u}(p_3) \gamma^\mu \left( g_V^f - g_A^f \gamma_5 \right) v(p_4)$$

where we have defined the shorthand notation,  $g_Z = \frac{g}{\cos \theta_W}$

## Decay $Z \rightarrow f\bar{f}$

- The decay width is given by the general formula,

$$\Gamma = \int \frac{1}{2M_Z} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle (2\pi)^4 \delta^4(k - p_3 - p_4) \prod_{i=3}^4 \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} .$$

- In order to simplify matters and also because it is a very good approximation, ( $M_Z \gg m_f$ ), we will neglect all the fermion masses.
- In the rest frame of the  $Z^0$  we get easily

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{M_Z} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$$

- We only need to evaluate the square of the amplitude averaged over spins and polarizations. We will neglect the fermion masses and use the techniques of the helicity amplitudes explained before
- The  $Z$  boson is a spin 1 particle with mass, and therefore has three polarizations. Two of these, called transversal polarizations, correspond to the polarization states of the photon ( $S_z = \pm 1$  or  $h = \pm 1$ ) and the third one, called longitudinal polarization, corresponds to  $S_z = 0$ .

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

• Decay  $Z \rightarrow f\bar{f}$

•  $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

# Decay $Z \rightarrow f\bar{f}$

- In the rest frame of the  $Z$  the polarization vectors for these three cases we have

$$\epsilon_+^\mu = -\frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, i, 0), \quad S_z = +1, \quad h = +1$$

$$\epsilon_-^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -i, 0), \quad S_z = -1, \quad h = -1$$

$$\epsilon_L^\mu = (0, 0, 0, 1), \quad S_z = 0, \quad h = 0$$

- On the other hand we can write

$$\begin{aligned} g_V^f - g_A^f \gamma_5 &= (g_V^f - g_A^f \gamma_5) (P_L + P_R) \\ &= (g_V^f + g_A^f) P_L + (g_V^f - g_A^f) P_R \equiv g_L^f P_L + g_R^f P_R \end{aligned}$$

with

$$g_L^f \equiv g_V^f + g_A^f, \quad g_R^f \equiv g_V^f - g_A^f$$

- As in the massless limit chirality equals helicity, this means that we can have only two possible helicity combinations,

- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Examples
  - Decay  $Z \rightarrow f\bar{f}$
  - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

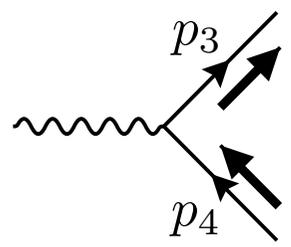
Os quarks

A massa dos Leptões

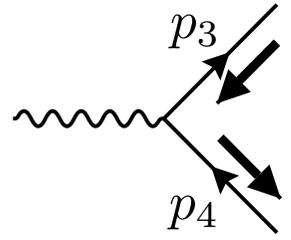
Examples

• Decay  $Z \rightarrow f\bar{f}$

•  $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$



$$J_{u_3 v_4}(\uparrow, \downarrow) = \sqrt{s} (0, -\cos \theta, i, \sin \theta)$$



$$J_{u_3 v_4}(\downarrow, \uparrow) = \sqrt{s} (0, -\cos \theta, -i, \sin \theta)$$

$$\mathcal{M}(+; \uparrow, \downarrow) = g_Z g_R^f \epsilon_+ \cdot J_{u_3 v_4}(\uparrow, \downarrow) = g_Z g_R^f M_Z \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + \cos \theta)$$

$$\mathcal{M}(-; \uparrow, \downarrow) = g_Z g_R^f \epsilon_- \cdot J_{u_3 v_4}(\uparrow, \downarrow) = g_Z g_R^f M_Z \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - \cos \theta)$$

$$\mathcal{M}(L; \uparrow, \downarrow) = g_Z g_R^f \epsilon_L \cdot J_{u_3 v_4}(\uparrow, \downarrow) = g_Z g_R^f M_Z \sin \theta$$

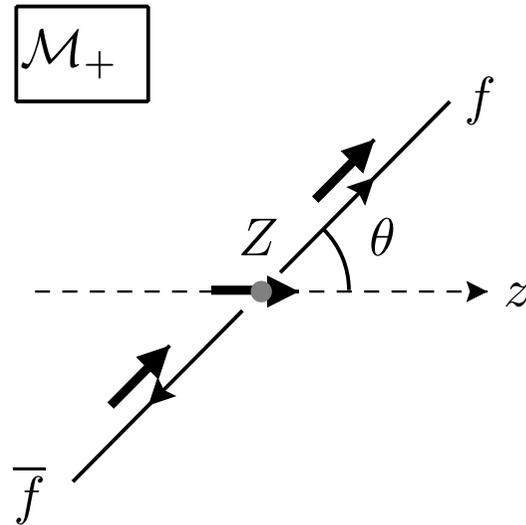
$$\mathcal{M}(+; \downarrow, \uparrow) = g_Z g_L^f \epsilon_+ \cdot J_{u_3 v_4}(\downarrow, \uparrow) = -g_Z g_L^f M_Z \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - \cos \theta)$$

$$\mathcal{M}(-; \downarrow, \uparrow) = g_Z g_L^f \epsilon_- \cdot J_{u_3 v_4}(\downarrow, \uparrow) = -g_Z g_L^f M_Z \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + \cos \theta)$$

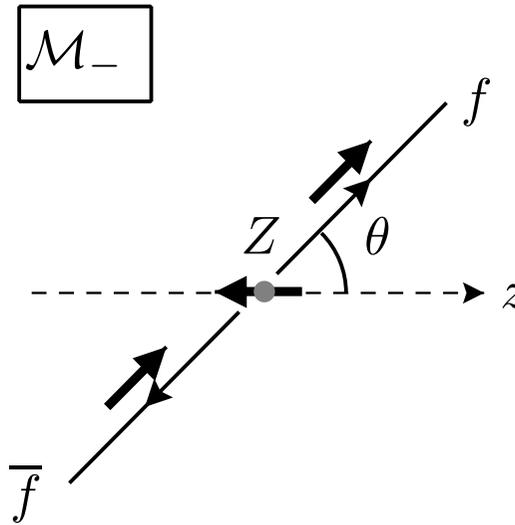
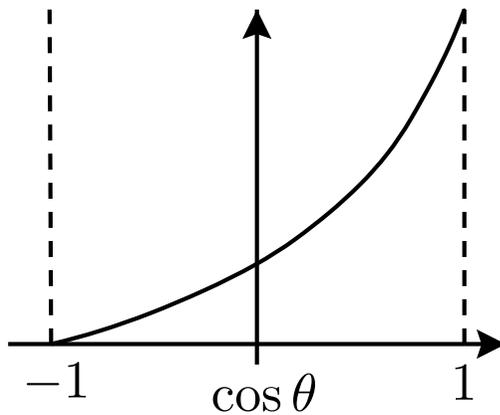
$$\mathcal{M}(L; \downarrow, \uparrow) = g_Z g_L^f \epsilon_L \cdot J_{u_3 v_4}(\downarrow, \uparrow) = g_Z g_L^f M_Z \sin \theta$$

# Decay $Z \rightarrow f\bar{f}$

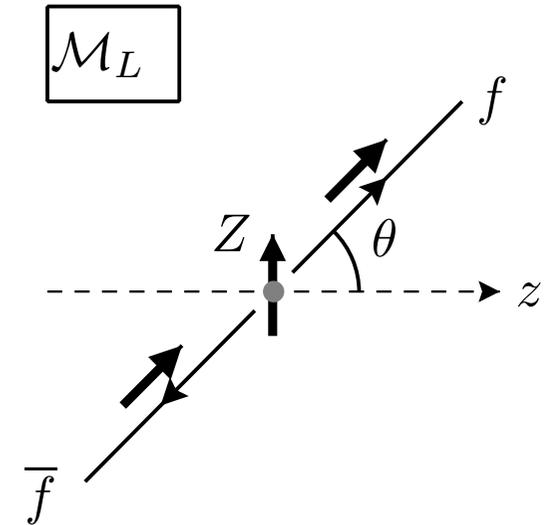
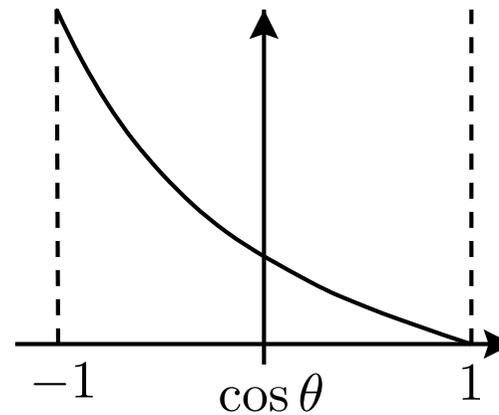
□ These angular distributions are for the case of the  $P_R$  current



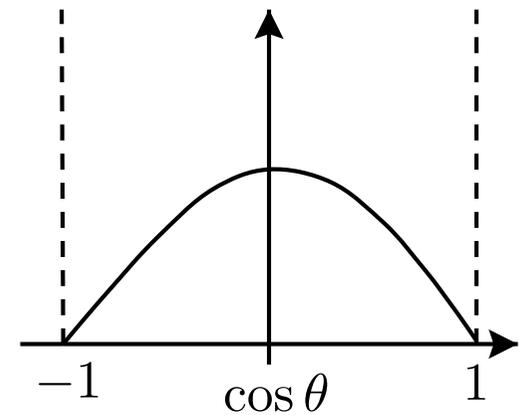
$$(1 + \cos \theta)$$



$$(1 - \cos \theta)$$



$$\sin \theta$$



Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

• Decay  $Z \rightarrow f\bar{f}$

•  $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Examples
  - Decay  $Z \rightarrow f\bar{f}$
  - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- These angular distributions can be easily understood using the results for eigenstates of spin 1 in an arbitrary direction.
- Choosing, without loss of generality the plane  $\phi = 0$ , we have in the basis where  $S_z$  is diagonal

$$|1, 1\rangle_\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 + \cos \theta) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \\ \frac{1}{2}(1 - \cos \theta) \end{bmatrix}, \quad |1, 0\rangle_\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \\ -\cos \theta \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \end{bmatrix}, \quad |1, -1\rangle_\theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 - \cos \theta) \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \\ \frac{1}{2}(1 + \cos \theta) \end{bmatrix}$$

- We immediately see how the eigenstates of spin 1 along the z axis project into the state  $|1, 1\rangle_\theta$  with coefficients proportional to  $(1 + \cos \theta)$ ,  $\sin \theta$  and  $(1 - \cos \theta)$  for the states  $|1, 1\rangle_z$ ,  $|1, 0\rangle_z$  and  $|1, -1\rangle_z$ , respectively

$$\begin{aligned} \theta \langle 1, 1 | 1, 1 \rangle_z &= \frac{1}{2}(1 + \cos \theta) \\ \theta \langle 1, 1 | 1, 0 \rangle_z &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta \\ \theta \langle 1, 1 | 1, -1 \rangle_z &= \frac{1}{2}(1 - \cos \theta) \end{aligned}$$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

• Decay  $Z \rightarrow f\bar{f}$

•  $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

□ Therefore we get,

$$\begin{aligned}
 \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{3} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 \\
 &= \frac{1}{3} [ |\mathcal{M}(+; \uparrow, \downarrow)|^2 + |\mathcal{M}(-; \uparrow, \downarrow)|^2 + |\mathcal{M}(L; \uparrow, \downarrow)|^2 \\
 &\quad + |\mathcal{M}(+; \downarrow, \uparrow)|^2 + |\mathcal{M}(-; \downarrow, \uparrow)|^2 + |\mathcal{M}(L; \downarrow, \uparrow)|^2 ] \\
 &= \frac{2}{3} g_Z^2 (g_R^{f^2} + g_L^{f^2}) \\
 &= \frac{4}{3} \left( \frac{g}{\cos \theta_W} \right)^2 M_Z^2 [g_V^{f^2} + g_A^{f^2}]
 \end{aligned}$$

□ For the total width we get (the integration in  $d\Omega$  gives  $4\pi$ )

$$\Gamma = \frac{M_Z}{12\pi} \left( \frac{g}{\cos \theta_W} \right)^2 [g_V^{f^2} + g_A^{f^2}]$$

- This result is normally presented in terms of the Fermi constant,

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} = \left( \frac{g}{\cos \theta_W} \right)^2 \frac{1}{8M_Z^2}$$

where we have used the standard model  $M_W = M_Z \cos \theta_W$

- Therefore we get

$$\Gamma = \frac{2G_F M_Z^3}{3\sqrt{2}\pi} \left[ g_V^{f^2} + g_A^{f^2} \right]$$

- This gives, for example for electrons

$$\Gamma(Z \rightarrow e^+e^-) \simeq 83.4 \text{ MeV}$$

- This can be compared with the PDG value

$$\begin{aligned} \Gamma(Z \rightarrow e^+e^-) &= \Gamma_Z \times \text{Br}(Z \rightarrow e^+e^-) \\ &= (2.4952 \pm 0.0023) \times 10^3 \times (3.363 \pm 0.004) \times 10^{-2} \text{ MeV} \\ &= (83.914 \pm 0.127) \text{ MeV} . \end{aligned}$$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

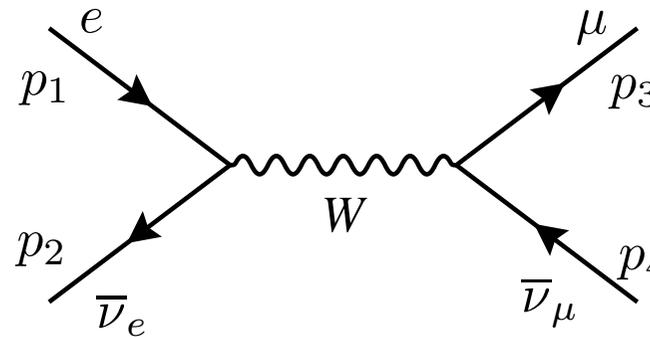
• Decay  $Z \rightarrow f\bar{f}$

•  $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

# Scattering $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Examples
  - Decay  $Z \rightarrow f \bar{f}$
  - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- We consider now the  $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$  scattering. It will be instructive to see how the  $W$  cures some of the problems of the current-current theory.
- To simplify, and in order to be able to apply the helicity techniques, we will assume that  $\sqrt{s}$  is such that we can neglect all the fermion masses but not the  $W$  mass and width.
- In lowest order in perturbation theory we have the diagram



- The amplitude is given by,

$$\mathcal{M} = i \left( \frac{ig}{\sqrt{2}} \right)^2 \bar{v}(p_2) \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} u(p_1) \frac{-ig_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_W^2}}{q^2 - M_W^2 + iM_W \Gamma_W} \bar{u}(p_3) \gamma^\nu \frac{1 - \gamma_5}{2} v(p_4)$$

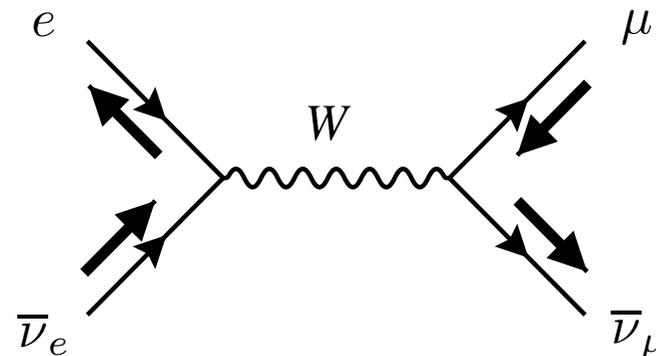
where  $q = p_1 + p_2$  and  $\Gamma_W$  is the decay width of the  $W$ .

- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Examples
  - Decay  $Z \rightarrow f \bar{f}$
  - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- Using the fact we are neglecting the fermion masses the term in the numerator of the  $W$  boson propagator proportional to the momenta vanishes after application of the Dirac equation (for instance  $\not{p}_1 u(p_1) = 0$ , etc). Using  $G_F/\sqrt{2} = g^2/8M_W^2$  we get

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= - \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{M_W^2}{s - M_W^2 + iM_W\Gamma_W} \bar{v}(p_2) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v(p_4) \\ &= - \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{M_W^2}{s - M_W^2 + iM_W\Gamma_W} \bar{v}(p_2) \gamma^\mu P_L u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma^\mu P_L v(p_4) \end{aligned}$$

- We immediately see that the only non-zero helicities are



- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Examples
  - Decay  $Z \rightarrow f \bar{f}$
  - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

□ Therefore we get only one helicity combination,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}(\downarrow, \uparrow; \downarrow, \uparrow) &= - \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{M_W^2}{s - M_W^2 + iM_W \Gamma_W} J_{u_1 v_2}(\downarrow, \uparrow) \cdot J_{u_3 v_4}(\downarrow, \uparrow) \\
 &= - \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{M_W^2}{s - M_W^2 + iM_W \Gamma_W} \sqrt{s}(0, -1, i, 0) \cdot \sqrt{s}(0, -\cos \theta, -i, \sin \theta) \\
 &= - \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \frac{M_W^2}{s - M_W^2 + iM_W \Gamma_W} s (1 + \cos \theta)
 \end{aligned}$$

□ We have used the usual CM kinematics

$$\begin{aligned}
 p_1 &= \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, 1), & p_2 &= \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, -1), \\
 p_3 &= \frac{\sqrt{s}}{2} (1, \sin \theta, 0, \cos \theta), & p_4 &= \frac{\sqrt{s}}{2} (1, \sin \theta, 0, -\cos \theta)
 \end{aligned}$$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

Os quarks

A massa dos Leptões

Examples

• Decay  $Z \rightarrow f \bar{f}$

•  $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

□ Now we obtain

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{2} |\mathcal{M}(\downarrow, \uparrow; \downarrow, \uparrow)|^2 \\ &= 4G_F^2 \frac{M_W^4}{(s - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} s^2 (1 + \cos \theta)^2 \end{aligned}$$

□ We get therefore for the differential cross section in the CM frame

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{64\pi^2 s} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \\ &= \frac{G_F^2 s}{16\pi^2} \frac{M_W^4}{(s - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} (1 + \cos \theta)^2 \end{aligned}$$

□ After integration over the angles we get finally,

$$\sigma = \frac{1}{3} \frac{G_F^2 s}{\pi} \frac{M_W^4}{(s - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2}$$

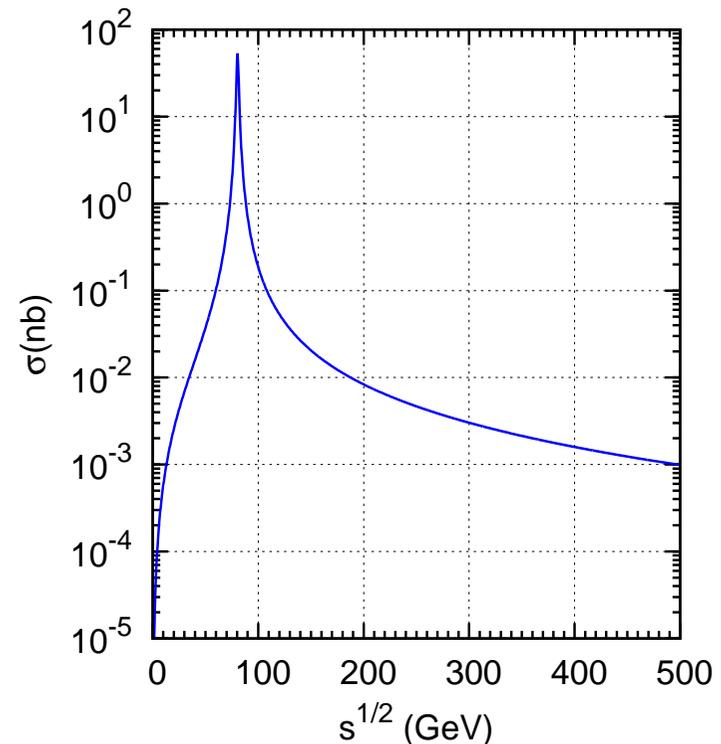
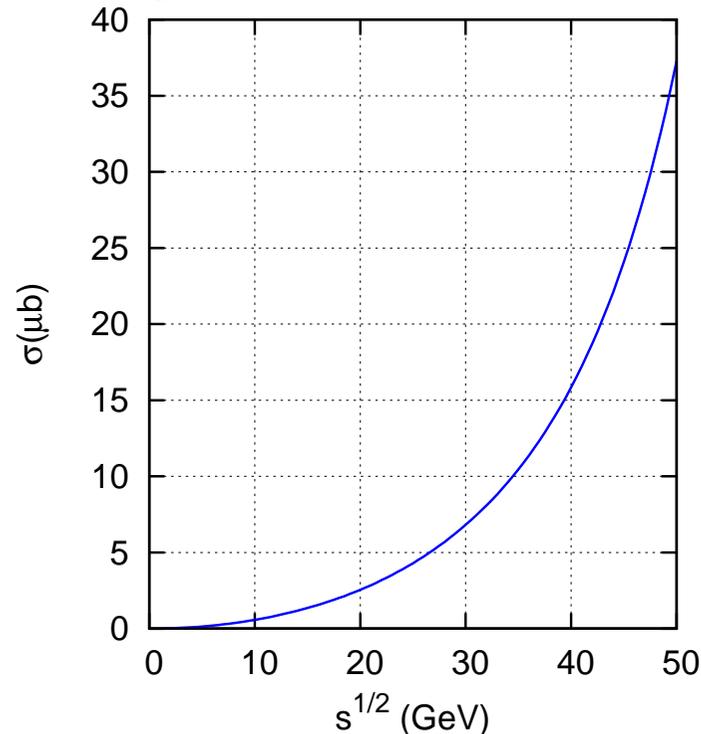
# Scattering $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- We can see that we have two regimes. For  $m_e, m_\mu \ll \sqrt{s} \ll M_W$  the cross section grows like

$$\sigma \simeq \frac{1}{3} \frac{G_F^2 s}{\pi}$$

- However for values of  $\sqrt{s} \simeq M_W$  the  $W$  propagator begins to be important and unitarity is not violated. For  $\sqrt{s} \gg M_W$  we have

$$\sigma \simeq \frac{1}{3} \frac{G_F^2 M_W^4}{\pi s}$$



- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Examples
  - Decay  $Z \rightarrow f \bar{f}$
  - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$