

Mecânica Quântica – Série 12 – Soluções

Curso de Engenharia Biomédica – 2008/2009

(Versão de 15 de Dezembro de 2008)

* 12.1 Resposta no enunciado.

* 12.2 Resposta: $\langle a \rangle \simeq \frac{1}{2} m_e c^2 \alpha^4 = 7.2 \times 10^{-4} \text{ eV}$, $\langle b \rangle = \langle a \rangle \frac{g_p m_e}{2 m_p} = 1.06 \times 10^{-6} \text{ eV}$. A correcção pelo tamanho finito do protão, Problema 11.3, era $\Delta E_{10} \simeq 5.3 \times 10^{-7} \text{ eV}$.

12.3 Resposta:

$$E_{nj} = -\frac{1}{2} m_e c^2 \alpha^2 \frac{1}{n^2} + \frac{1}{8} m_e c^2 \alpha^4 \frac{1}{n^4} \left[3 - \frac{4n}{j + 1/2} \right] + \mathcal{O}(\alpha^6)$$

* 12.4 Resposta:

$$B_{\text{int}} = \frac{1}{4} \frac{m_e c^2 \alpha^4}{\mu_B} \simeq 6.1 \text{ T}$$

* 12.5 Resposta:

Os valores numéricos dão

$$A = 5.8 \times 10^{-6} \text{ eV}, \quad a = 1.16 \times 10^{-4} \left(\frac{B}{1 \text{ T}} \right) \text{ eV}, \quad b = -1.75 \times 10^{-7} \left(\frac{B}{1 \text{ T}} \right) \text{ eV}$$

com as energias

B (T)	E_1 (eV)	E_2 (eV)	E_3 (eV)	E_4 (eV)
10^{-4}	-4.35001×10^{-6}	1.44421×10^{-6}	1.45001×10^{-6}	1.45579×10^{-6}
1	-5.96098×10^{-5}	-5.64625×10^{-5}	5.67098×10^{-5}	5.93625×10^{-5}

Os resultados em função do campo \vec{B} podem ser vistos na Fig. 1.

12.6 Resposta no enunciado.

12.7 Resposta quase toda no enunciado.

Resultado para as energias.

$$\begin{aligned} E_1^{(1)} &= -\gamma + 2\beta & E_2^{(1)} &= -\gamma - 2\beta \\ E_3^{(1)} &= -3\gamma + \frac{\beta}{2} + \sqrt{4\gamma^2 + \frac{2}{3}\gamma\beta + \frac{1}{4}\beta^2} & E_4^{(1)} &= -3\gamma + \frac{\beta}{2} - \sqrt{4\gamma^2 + \frac{2}{3}\gamma\beta + \frac{1}{4}\beta^2} \\ E_5^{(1)} &= -3\gamma - \frac{\beta}{2} + \sqrt{4\gamma^2 - \frac{2}{3}\gamma\beta + \frac{1}{4}\beta^2} & E_6^{(1)} &= -3\gamma - \frac{\beta}{2} - \sqrt{4\gamma^2 - \frac{2}{3}\gamma\beta + \frac{1}{4}\beta^2} \end{aligned}$$

Limite do campo fraco:

$$j = \frac{3}{2}, g_J = \frac{4}{3}, \quad E = -\gamma + \beta g_J m_j \quad m_j = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$$

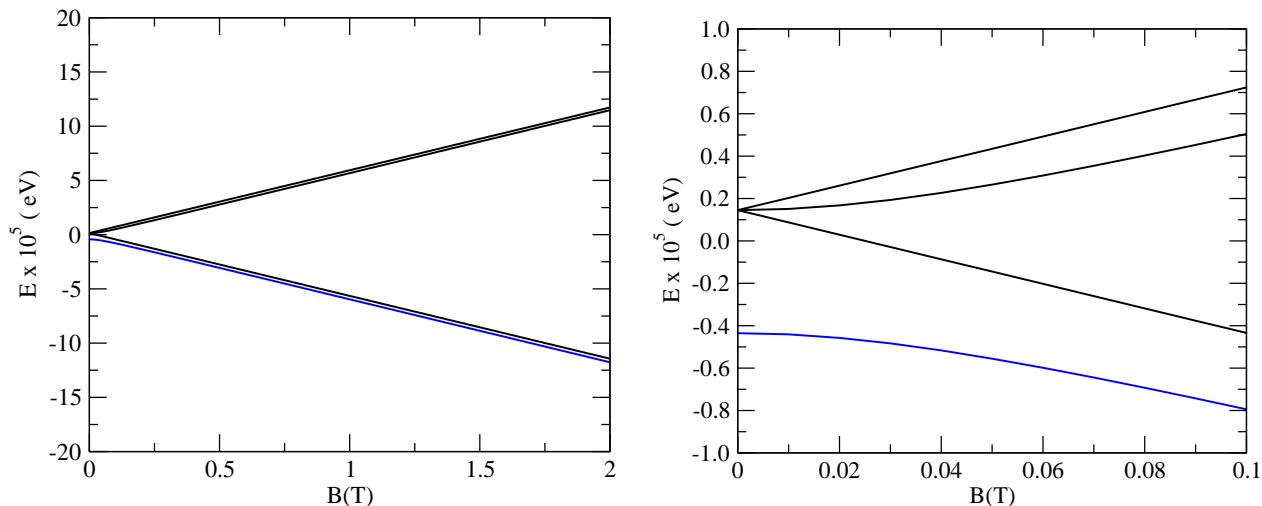


Figura 1: Níveis de energia em função do valor do campo magnético. No painel da direita um detalhe para valores do campo pequeno.

$$j = \frac{1}{2}, g_J = \frac{2}{3}, \quad E = -5\gamma + \beta g_J m_j \quad m_j = -1/2, 1/2$$

Limite do campo forte:

$$E = \frac{\gamma}{3} (-7 + 8m_l m_s) + \beta (m_l + 2m_s)$$

com $(m_l, m_s) = (1, 1/2), (-1, -1/2), (0, 1/2), (1, -1/2), (-1, 1/2), (0, 1/2)$.

Os resultados podem ser vistos nas figuras seguintes

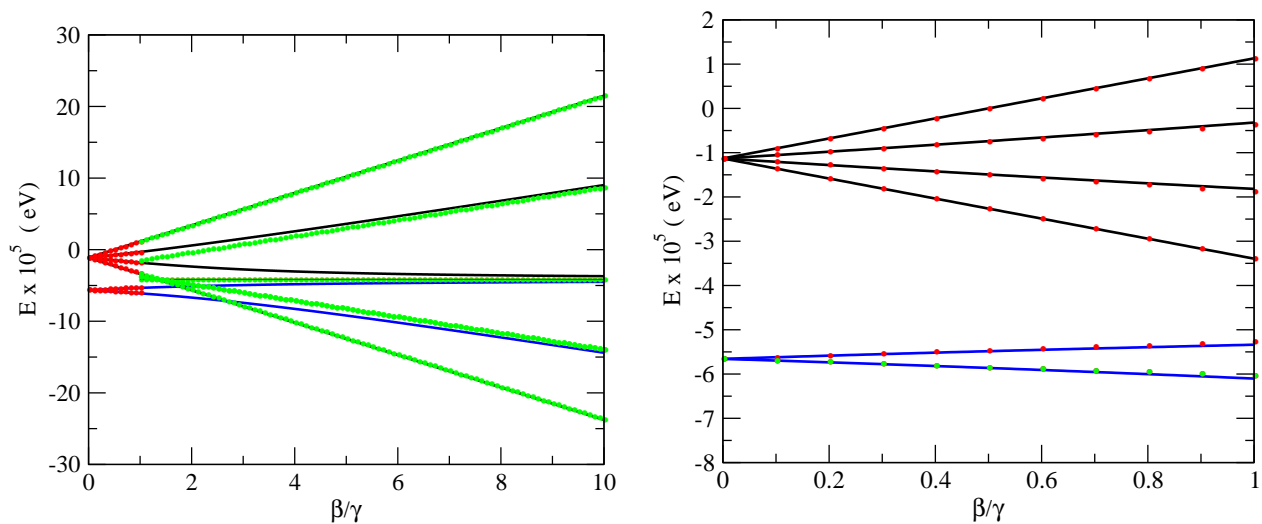


Figura 2: Desdobramento do estado $2P$ por acção dum campo \vec{B} . A preto e azul está o resultado exacto. Os pontos a vermelho são o cálculo aproximado para campo fraco. Os pontos a verde o cálculo aproximado para campo forte. No painel da direita o detalhe da zona de campo fraco.

*12.8 Resposta no enunciado.

12.9 Resposta no enunciado.

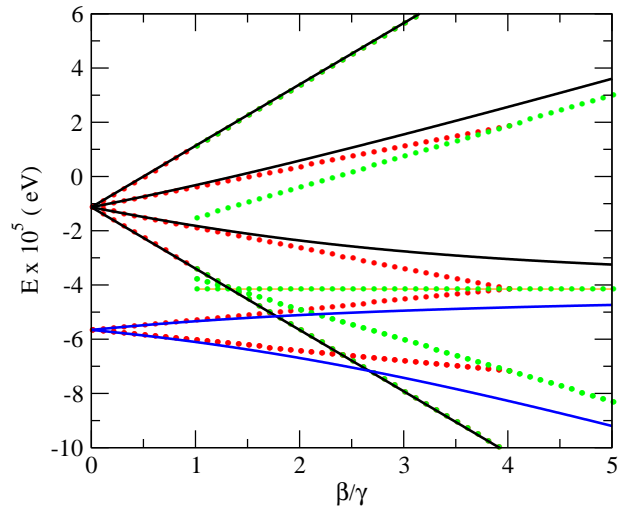


Figura 3: Detalhe da Fig. 2 para a zona de transição entre campo forte e fraco.

12.10 Resposta no enunciado.

12.11 Resposta no enunciado.