

Mecânica Quântica – Série 9

Curso de Engenharia Física Tecnológica – 2014/2015

(Versão de 26 de Novembro de 2014)

9.1 Gasirowicz 9.1

Dada a representação matricial do operador A^+ ,

$$A^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \sqrt{1} & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

escreva a forma matricial do operador $(A^+)^n$ para $n = 2, 3, 4$. Escreva só o canto superior esquerdo de dimensão 4×4 .

9.2 Gasirowicz 9.2 Usando a expressão para A^+ no problema anterior e a expressão para A ,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{1} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

obtenha a representação matricial de x e x^2 . Compare com os resultados obtidos no capítulo 6.

9.3 Gasirowicz 9.3

Obtenha a representação matricial de p e p^2 . Compare com os resultados obtidos no capítulo 6.

9.4 Gasirowicz 9.4

Suponha que o estado fundamental $|0\rangle$ no qual atuam as matrizes $(A^+)^n$ é representado pelo vetor coluna

$$u_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Obtenha o primeiro estado excitado u_1 .

9.5 Gasirowicz 9.5

Use os resultados anteriores para obter os estados $|2\rangle$, $|3\rangle$ e $|4\rangle$. Consegue ver uma regularidade?

9.6 Gasirowicz 9.6

Dado o estado representado pelo vetor coluna

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

calcule as seguintes quantidades:

- O valor médio $\langle H \rangle$ naquele estado
- Os valores médios, $\langle x^2 \rangle$, $\langle x \rangle$, $\langle p \rangle$ e $\langle p^2 \rangle$.
- Use os resultados da alínea b) para calcular $(\Delta x)^2$ e $(\Delta p)^2$.

***9.7** Considere as matrizes J_i com $i = 1, 2, 3$ com as suas componentes definidas por

$$(J_i)_{jk} = -i\hbar\epsilon_{ijk}$$

a) Mostre que estas matrizes são uma representação do momento angular $l = 1$. Para isso mostre que

$$[J_i, J_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, \quad J_1^2 + J_2^2 + J_3^2 = 2\hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Encontre a matriz da transformação unitária, U , que diagonaliza J_3 , isto é, $U^\dagger J_3 U = M_{\text{diagonal}}$. Calcule $U^\dagger J_1 U$ e $U^\dagger J_2 U$. Esperava o resultado? Veja o Exemplo 9.1 do Gasirowicz.