Mecânica Quântica – Série 9

Curso de Engenharia Física Tecnológica – 2015/2016

(Versão de 9 de Novembro de 2015)

∗9.1 *Gasiorowicz 9.1*

Dada a representação matricial do operador A^+,

$$A^+ = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \sqrt{1} & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & \sqrt{3} & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

escreva a forma matricial do operador $(A^+)^n$ para $n = 2, 3, 4$. Escreva só o canto superior esquerdo de dimensão 4×4.

∗9.2 *Gasiorowicz 9.2* Usando a expressão para A^+ no problema anterior e a expressão para A,

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{1} & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3} & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

obtenha a representação matricial de x e x^2. Compare com os resultados obtidos no capítulo 6.

9.3 *Gasiorowicz 9.3*

Obtenha a representação matricial de p e p^2. Compare com os resultados obtidos no capítulo 6.

∗9.4 *Gasiorowicz 9.4*

Suponha que o estado fundamental $|0\rangle$ no qual atuam as matrizes $(A^+))^n$ é representado pelo vetor coluna

$$u_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Obtenha o primeiro estado excitado u_1.

∗9.5 *Gasiorowicz 9.5*

Use os resultados anteriores para obter os estados $|2\rangle, |3\rangle$ e $|4\rangle$. Consegue ver uma regularidade?

∗9.6 *Gasiorowicz 9.6*

Dado o estado representado pelo vetor coluna

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

calcule as seguintes quantidades:

a) O valor médio $\langle H \rangle$ naquele estado

b) Os valores médios, $\langle x^2 \rangle$, $\langle x \rangle$, $\langle p \rangle$ e $\langle p^2 \rangle$.

c) Use os resultados da alínea b) para calcular $(\Delta x)^2$ e $(\Delta p)^2$.

∗ 9.7 Considere as matrizes J_i com $i = 1, 2, 3$ com as suas componentes definidas por

$$(J_i)_{jk} = -i\hbar\epsilon_{ijk}$$

a) Mostre que estas matrizes são uma representação do momento angular $l = 1$. Para isso mostre que

$$[J_i, J_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}J_k, \quad J_1^2 + J_2^2 + J_3^2 = 2\hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Encontre a matriz da transformação unitária, U, que diagonaliza J_3, isto é, $U^\dagger J_3 U = M_{\text{diagonal}}$. Calcule $U^\dagger J_1 U$ e $U^\dagger J_2 U$. Esperava o resultado? Veja o Exemplo 9.1 do Gasiorowicz.