INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Exame de Introdução à Teoria do Campo

Curso de Física Tecnológica - 2001/2002 (22/2/2002)

I

Construa os spinores normalizados u^+ e u^- representando electrões com energia positiva e momento $\vec{p}$ e helicidade ± 1, isto é, que são vectores próprios do operador $(\vec{p}\cdot\vec{\Sigma})/|\vec{p}|$, com valor póprio ± 1. Para isso siga os passos seguintes:

a) Considere o caso de helicidade $+1$. Seja $u^+ = \begin{pmatrix} u_A^+ \\ u_B^+ \end{pmatrix}$ com $u_A^+ = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ e $u_B^+ = \begin{pmatrix} u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}$.
Mostre que $\dfrac{u_1}{u_2} = \dfrac{p_z + |\vec{p}|}{p_x + ip_y}$.

b) Use a equação de Dirac para escrever u_B^+ em função de u_A^+.

c) Normalize o spinor u^+ de acordo com a condição $(u^+)^\dagger\, u^+ = 2E$ ou se preferir, $\overline{u^+}u^+ = 2m$. Obtenha assim a expressão final para u^+.

d) Quais as alterações para u^-?

II

Considere a interacção do fotão com uma partícula escalar de carga negativa ϕ^- (Electrodinâmica Escalar). Os vértices são

$ie(q+p)^\mu$ $\qquad$ $2i\,e^2\,g^{\mu\nu}$

Dentro deste modelo considere o processo *equivalente* ao efeito de Compton, $\gamma(k) + \phi^-(p) \rightarrow \gamma(k') + \phi^-(p')$ onde k, p, k' e p' são os momentos das partículas.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k)\,\epsilon^\nu(k')\,\mathcal{M}_{\mu\nu}$, então temos $k^\mu \mathcal{M}_{\mu\nu} = 0$ e $k'^\nu \mathcal{M}_{\mu\nu} = 0$ (basta mostrar para um dos casos).

III

Considere os processos $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$, $\overline{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \overline{\nu}_\mu + e^-$ no quadro do **SM**. No referencial do laboratório o electrão pode ser considerado parado e a energia do ν_μ é E.

a) Escreva as amplitudes para os dois processos.

b) Calcule, para os dois casos, a secção eficaz diferencial $d\sigma/dy$ onde $y = 1 - E'/E$ é a fracção da energia perdida pelo neutrino (E' é a energia final do neutrino). Escreva o resultado em função de m_e, G_F, E, y e $x = \sin^2\theta_W$.

c) Obtenha as expressões para as secções eficazes totais.

d) Calcule $R(x) = \sigma(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-)/\sigma(\overline{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \overline{\nu}_\mu + e^-)$. Verifique que $R(0.25) = 1$.