INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Exame de Introdução à Teoria do Campo

Curso de Física Tecnológica - 2003/2004 (26/6/2004)

I

No instante $t = 0$ um estado do electrão é descrito pela função de onda

$$\psi(\vec{x}, 0) = \phi(\vec{x})\, w^1(0)$$

sendo a função $\phi(\vec{x})$ só significativamente diferente de zero numa vizinhança Δr da origem.

a) Mostre que os coeficientes da expansão em ondas planas

$$\psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E} \sum_s \left[b(p,s) u(p,s) e^{-ip\cdot x} + d^*(p,s) v(p,s) e^{ipx} \right]$$

se podem escrever na forma

$$b(p,s) = u^\dagger(p,s) w^1(0)\, \widetilde{\phi}(p), \quad d^*(p,s) = v^\dagger(p,s) w^1(0)\, \widetilde{\phi}(p)$$

onde

$$\widetilde{\phi}(p) = \int d^3x\, \phi(\vec{x})\, e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}}\,.$$

b) Utilize as expressões anteriores para calcular as razões

$$\frac{b(p,\downarrow)}{b(p,\uparrow)}, \qquad \frac{d(p,\uparrow)}{b(p,\uparrow)}, \qquad \frac{d(p,\downarrow)}{b(p,\uparrow)}$$

Pode precisar da expressão,

$$w^r(\vec{p}) = \frac{1}{\sqrt{2m}} \frac{1}{\sqrt{E+m}} (\varepsilon_r \not{p} + m) w^r(0)$$

c) Discuta em que condições são importantes as soluções de energia negativa.

II

Considere o processo $\gamma(k_1) + \gamma(k_2) \to e^-(q_1) + e^+(q_2)$ em QED, onde k_1, k_2, q_1 e q_2 são os momentos das partículas indicadas.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k_1)\epsilon^\nu(k_2)\, \mathcal{M}_{\mu\nu}$ onde k_i são os 4-momentos dos fotões, então temos $k_1^\mu \mathcal{M}_{\mu\nu} = k_2^\nu \mathcal{M}_{\mu\nu} = 0$ (mostre só para um caso).

III

Considere o processo $\nu_e d \to e^- u$ no quadro das interacções electrofracas.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Calcule no referencial do centro de massa a secção eficaz diferencial, $d\sigma/d\Omega$, no limite em que se pode desprezar a massa de todas as partículas no estado inicial e final. Ω corresponde ao ângulo sólido do electrão em relação à direcção do ν_e.

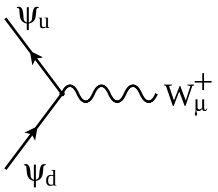
d) Calcule a secção eficaz total, $\sigma(s)$, e mostre que

$$\lim_{\sqrt{s} \gg m_W} \sigma(s) = \sigma_0 \left(\frac{s}{m_W^2} \right)^{\alpha}$$

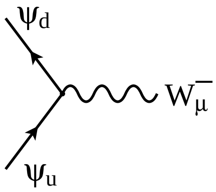
Determine as constantes σ_0 e α.

Informação útil

1. Os vértices relevantes são,



$$i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma^{\mu} \frac{1-\gamma_5}{2}$$



$$i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma^{\mu} \frac{1-\gamma_5}{2}$$

onde $\psi_u = \nu_e, \nu_\mu, \ldots, u, c, \ldots$ e $\psi_d = e^-, \mu^-, \ldots, d, s, \ldots$.

2. O resultado seguinte pode ser útil

$$\int_{-1}^{1} dx \frac{1}{(1+a-x)^2} = \frac{2}{a\,(a+2)}$$

3. É dado o resultado do seguinte traço

$$Tr[\not{p}_1 \not{p}_2 \not{p}_3 \not{p}_4 \gamma_5] = -4i\, \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\, p_1^{\mu} p_2^{\nu} p_3^{\alpha} p_4^{\beta}$$