INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Exame de Teoria do Campo

Curso de Física Tecnológica - 2008/2009 1ª Época (9/7/2009)

I (4 valores)

a) Considere uma colisão elástica na qual uma partícula de massa M com momento p_{Lab} incide numa partícula de massa m em repouso no laboratório. Mostre que a perda de energia da partícula incidente na colisão se pode escrever

$$\Delta E = \frac{m p_{\text{Lab}}^2}{s} \left(1 - \cos\theta_{\text{CM}}\right)$$

onde s é o quadrado da energia no `CM` e θ_{CM} é o ângulo de difusão no referencial do `CM`.

b) Considere a equação de Dirac para um electrão livre de massa m. As soluções de onda plana são estados próprios do Hamiltoniano $H = \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m$ e do momento $\vec{p}$. Mostre que

$$\frac{d}{dt}\left(\vec{\Sigma} \cdot \hat{p}\right) = 0, \quad \text{com} \quad \vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}, \quad \vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}$$

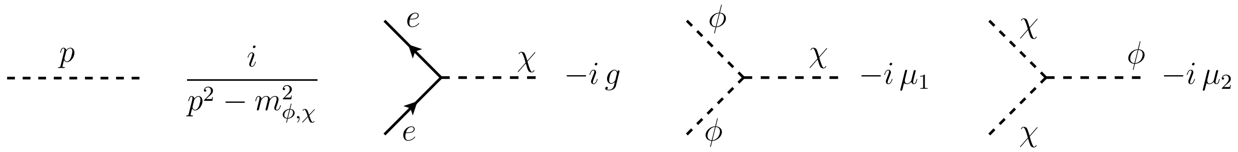
onde $\hat{p} = \vec{p}/|\vec{p}|$. Utilize este resultado para mostrar que o operador helicidade $\vec{\Sigma} \cdot \hat{p}$ é uma constante do movimento com valores próprios ± 1.

c) Definem-se os projectores de chiralidade $P_L = (1 - \gamma_5)/2$ e $P_R = (1 + \gamma_5)/2$. Em que condições são estes operadores constantes de movimento? Nessas condições qual a sua relação com os projectores de helicidade $(1 \pm \vec{\Sigma} \cdot \hat{p})/2$?

Para os problemas **II**, **III**, **IV** e **V** considere a teoria descrita pelo seguinte Lagrangeano

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{QED}} + \frac{1}{2}\partial_\mu \phi\, \partial^\mu \phi + \frac{1}{2}\partial_\mu \chi\, \partial^\mu \chi - \frac{1}{2} m_\phi^2\, \phi^2 - \frac{1}{2} m_\chi^2\, \chi^2 - \frac{1}{2}\mu_1\, \phi^2 \chi - \frac{1}{2}\mu_2\, \phi \chi^2 - g\, \overline{\psi} \psi\, \chi$$

onde ϕ e χ são campos escalares (spin 0) neutros e ψ é o electrão. A constante g não tem dimensões (no sistema $\hbar = c = 1$) e as constantes μ_1, μ_2 têm dimensões duma massa. Para além de QED, os propagadores e os novos vértices são:



II (3 valores)

Para cada um dos processos seguintes:

a) $e^- + e^+ \to \chi + \chi$

b) $e^+ + \phi \to e^+ + \phi$

c) $e^- + e^+ \to \phi + \gamma$

diga se existem em ordem mais baixa de teoria de perturbações e, em caso afirmativo, desenhe o(s) diagrama(s) de Feynman e escreva as respectivas amplitudes. Não é para calcular as secções eficazes nem os quadrados dos elementos de matriz.

III (4 valores)

Considere o processo $e^- + \chi \to e^- + \gamma$ no quadro do modelo acima descrito.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k)\,\mathcal{M}_\mu$ onde k é o 4-momento do fotão, então temos $k^\mu \mathcal{M}_\mu = 0$.

IV (5 valores)

Considere o processo $e^- + e^+ \to \phi + \chi$ no modelo acima descrito.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Considere que $\sqrt{s} \gg m_e, m_\phi$ e que portanto é uma boa aproximação fazer $m_e = m_\phi = m_\chi = 0$. Nestas condições calcule a secção eficaz diferencial $d\sigma/d\Omega$ no referencial do centro de massa em função da energia no CM ($\sqrt{s}$) e do ângulo de difusão θ.

d) Sabendo que para $\sqrt{s} = 100$ GeV se mediu a secção eficaz, $\sigma(e^- + e^+ \to \phi + \chi) = 4$ pb, determine, em GeV, o produto das constantes $g\mu_2$.

V (4 valores)

Considere as correcções a um *loop* no quadro do modelo acima descrito. Em todas as respostas considere somente os diagramas irredutíveis de uma partícula, isto é, aqueles em que o diagrama não se separa em duas partes pelo corte de uma linha interna. Não é para calcular nada.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) para a auto energia do electrão a um *loop*.

b) Desenhe o(s) diagrama(s) para a auto energia do escalar χ a um *loop*.

c) Desenhe o(s) diagrama(s) para as correcções ao vértice $\overline{\psi}\psi\chi$ a um *loop*. Discuta o grau superficial de divergência, isto é, conte as potências do momento.

d) Desenhe o(s) diagrama(s) a um *loop* para o vértice $\overline{\psi}\psi\phi$. Discuta o grau superficial de divergência, isto é, conte as potências do momento.

e) Será a teoria renormalizável? Justifique a resposta.

Dados

- $\hbar = c = 1$ implica: $1 = 3 \times 10^8 \mathrm{m\,s^{-1}},\ 1 = 197.327$ Mev fermi, $1\mathrm{fermi} = 10^{-15}\mathrm{m}$
- 1 barn $= 10^{-24}\ \mathrm{cm}^2$.
- No referencial do CM temos:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2}\,\frac{|\vec{p}_{\mathrm{CM}}|}{m^2}\,\overline{|M|}^2, \qquad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2\, s}\,\frac{|\vec{p}_{3\mathrm{CM}}|}{|\vec{p}_{1\mathrm{CM}}|}\,\overline{|M|}^2$$

respectivamente para uma partícula de massa m que decai em duas, e para um processo $p_1 + p_2 \to p_3 + p_4$.