INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Exame de Teoria do Campo

Curso de Física Tecnológica - 2008/2009 (23/7/2009)

I (4 valores)

a) Prove a identidade (definimos $\hat{p} = \vec{p}/|\vec{p}|$):

$$\left(1 - \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\right) = \left(1 - \frac{|\vec{p}|}{E+m}\right)\frac{1+\vec{\sigma}\cdot\hat{p}}{2} + \left(1 + \frac{|\vec{p}|}{E+m}\right)\frac{1-\vec{\sigma}\cdot\hat{p}}{2}$$

b) Considere um campo fermiónico com massa, com chiralidade esquerda, definido por

$$\psi_L = \frac{1-\gamma_5}{2}\psi$$

onde ψ é um spinor de energia positiva. Mostre que se pode escrever,

$$\psi_L = N \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \left[\alpha_P\, \frac{1+\vec{\sigma}\cdot\hat{p}}{2} + \alpha_N\, \frac{1-\vec{\sigma}\cdot\hat{p}}{2}\right] \chi\, e^{-ip\cdot x}$$

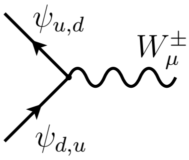
onde N é uma normalização e χ um spinor de duas componentes. Determine α_P e α_N (a menos duma normalização). Qual o seu significado?

c) Define-se a polarização do fermião chiral ψ_L como sendo

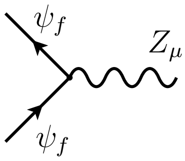
$$P = \frac{|\alpha_P|^2 - |\alpha_N|^2}{|\alpha_P|^2 + |\alpha_N|^2}$$

Mostre que $P = -|\vec{p}|/E = -\beta$. Discuta o valor limite quando $|\vec{p}| \gg m$.

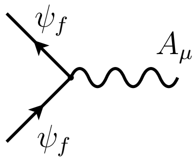
Os problemas **II**, **III**, **IV** e **V** situam-se no quadro do Modelo Standard. Os vértices relevantes para os problemas são



$$i\frac{g}{\sqrt{2}}\gamma_\mu\frac{1-\gamma_5}{2}$$



$$i\frac{g}{\cos\theta_W}\gamma_\mu\left(g_V^f - g_A^f\gamma_5\right)$$



$$-ieQ_f\gamma_\mu$$

onde os valores das constantes estão dadas no final do enunciado.

II (3 valores)

Desenhe o(s) diagrama(s) de Feynman para os seguintes processos:

a) $e^- + e^+ \to \nu_e + \overline{\nu}_e$ b) $Z^0 \to e^- + e^+ + \gamma$

c) $\nu_\mu + e^- \to \nu_e + \mu^-$ d) $\nu_e + e^- \to \nu_e + e^- + \gamma$

Escreva a amplitude invariante **só para o caso a)**. Não é para calcular as secções eficazes.

III (4.5 valores)

Considere o decaimento do quark top, $t \to b + W^+$ neste modelo. Em todo o problema despreze a massa do quark b.

a) Escreva a amplitude invariante para o processo.

b) Qual a velocidade do bosão W^+ no referencial em que o top decai?

c) Calcule a expressão da largura de decaimento $\Gamma(t \to b + W^+)$ em função dos parâmetros do modelo.

d) Sabendo que o vector de polarização longitudinal do bosão W, no referencial em que ele se move com velocidade $\vec{\beta}$ é dado por $\varepsilon_L^\mu = (\gamma\beta, \gamma\vec{\beta}/\beta)$, mostre que a fracção dos decaimentos em que o W^+ está polarizado longitudinalmente é,

$$F_L = \frac{m_t^2}{m_t^2 + 2M_W^2}$$

IV (4 valores)

Considere o processo $Z^0 \to e^- + e^+ + \gamma$ no quadro do modelo acima descrito.

a) Escreva a amplitude para o processo.

b) Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k)\,\mathcal{M}_\mu$ onde k é o 4-momento do fotão, então temos $k^\mu \mathcal{M}_\mu = 0$. **Não** despreze a massa do electrão.

V (4.5 valores)

Considere o processo $\nu_\mu + e^- \to \mu^- + \nu_e$ no quadro do Modelo Padrão das interacções electrofracas.

a) Considere que todas as energias são muito inferiores à massa do W. Escreva a expressão para a amplitude nessa aproximação.

b) Calcule a secção eficaz diferencial $d\sigma/d\Omega$ no referencial do centro de momento (`CM`), no limite em que se desprezam todas as massas dos fermiões (mas sendo ainda válida a aproximação da alínea anterior). Os ângulos em $d\Omega$ são os que faz no `CM` a direcção do μ^- com a direcção do ν_μ incidente.

c) Calcule a secção eficaz total σ no `CM`. Exprima o resultado em picobarn para $\sqrt{s} = 5$ GeV.

Dados

- A expressão para o spinor de energia positiva, na representação de Dirac é,

$$u(p,s) = \sqrt{E+m} \begin{bmatrix} \chi(s) \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\chi(s) \end{bmatrix}$$

- $m_t = 171.3$ GeV, $M_W = 80.4$ GeV, $G_F = 1.166 \times^{-5}$ GeV^{-2}, $g^2 = 8 G_F M_W^2/\sqrt{2}$.
- $\hbar = c = 1$ implica, $1 = 3 \times 10^8 \mathrm{m\,s^{-1}}$, $1 = 197.327$ Mev fermi, $1\mathrm{fermi} = 10^{-15}\mathrm{m}$.
- 1 barn $= 10^{-24}$ cm^2.
- $\varepsilon^{0123} = +1$, $\gamma_5 = i\,\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.
- Identitades importantes

$$\mathrm{Tr}\left[\gamma^\alpha\gamma^\beta\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma_5\right] = -4i\,\varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu}, \qquad \varepsilon^{\rho\sigma\alpha\beta}\,\varepsilon_{\rho\sigma}{}^{\mu\nu} = -2\left(g^{\alpha\mu}g^{\beta\nu} - g^{\alpha\nu}g^{\beta\mu}\right)$$

- No referencial do CM temos:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2}\frac{|\vec{p}_{\mathrm{CM}}|}{m^2}\overline{|M|}^2, \qquad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s}\frac{|\vec{p}_{3\mathrm{CM}}|}{|\vec{p}_{1\mathrm{CM}}|}\overline{|M|}^2$$

respectivamente para uma partícula de massa m que decai em duas, e para um processo $p_1 + p_2 \to p_3 + p_4$.