INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Exame de Teoria do Campo

Curso de Física Tecnológica - 2009/2010 1ª Época (19/6/2010)

I (4 valores)

a) Calcule a energia mínima do feixe de π^- no referencial do laboratório (onde o protão está em repouso) para que o processo $\pi^- + p \to \Delta^{++} + \pi^- + \pi^-$ seja possível. Dados: $m_\pi = 140$ MeV, $m_p = 938$ MeV, $m_{\Delta^{++}} = 1323$ MeV,

b) Para as soluções da equação de Dirac, considere os projectores de helicidade, $h_\pm$ e de quiralidade, $\gamma_\pm$, definidos por

$$h_\pm = \frac{1 \pm \vec{\Sigma} \cdot \hat{p}}{2}, \quad \gamma_\pm = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}$$

onde $\hat{p} = \vec{p}/|\vec{p}|$. Mostre que, para $|\vec{p}| \gg m$, se tem

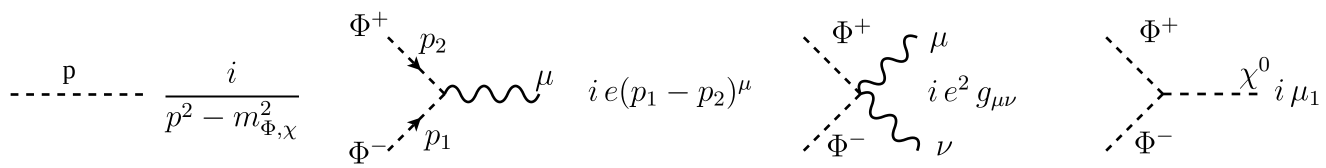
$$h_\pm u(p) = \gamma_\pm u(p) + \mathcal{O}\left(\frac{m}{|\vec{p}|}\right)$$

Comente o resultado.

Para os problemas **II**, **III**, **IV** e **V** considere a teoria descrita pelo seguinte Lagrangeano

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (D_\mu \Phi^-)^* \, D^\mu \Phi^- + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi^0 \, \partial^\mu \chi^0 \, - m_\Phi^2 \, \Phi^+ \Phi^- - \frac{1}{2} m_{\chi^0}^2 \, \chi^2 + \mu_1 \, \Phi^+ \Phi^- \, \chi^0$$

onde $\Phi^+ = (\Phi^-)^*$ e χ^0 são campos escalares (spin 0), $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$ e A^μ é o fotão. A constante μ_1 tem dimensão (no sistema $\hbar = c = 1$) duma massa. Para além do propagador do fotão, os propagadores e os novos vértices são (notar que os momentos que aparecem na regra de Feynman são no sentido indicado pelas setas):



II (4 valores)

Considere o processo $\Phi^-(p_1) + \chi^0(p_2) \to \Phi^-(p_3) + \gamma(k)$ no quadro do modelo acima descrito.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k)\,\mathcal{M}_\mu$ onde k é o 4-momento do fotão, então temos $k^\mu \mathcal{M}_\mu = 0$.

III (4 valores)

Considere o processo $\Phi^-(p_1) + \chi^0(p_2) \to \Phi^-(p_3) + \chi^0(p_4)$ no modelo acima descrito.

a) Desenhe os diagramas que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Considere que $\sqrt{s} \gg m_\Phi, m_\chi$ e que portanto é uma boa aproximação fazer $m_\Phi = m_\chi = 0$. Nestas condições calcule a secção eficaz diferencial $d\sigma/d\Omega$ no referencial do centro de massa em função da energia no CM ($\sqrt{s}$) e do ângulo de difusão θ.

IV (5 valores)

Considere o processo $\chi^0 \to \Phi^- + \Phi^+$ no modelo acima descrito.

a) Qual a condição necessária para o processo poder ocorrer?

b) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa e escreva a amplitude para o processo.

c) Calcule a largura de decaimento $\Gamma(\chi^0 \to \Phi^- + \Phi^+)$.

d) Sabendo que o tempo de vida média do χ^0 é 1.2×10^{-18} s e que $m_\Phi = 1$ GeV, $m_\chi = 5$ GeV, determine a constante μ_1.

V (3 valores)

Considere as correcções a um *loop* no quadro do modelo acima descrito. Em todas as respostas considere somente os diagramas irredutíveis de uma partícula, isto é, aqueles em que o diagrama não se separa em duas partes pelo corte de uma linha interna. **Não é para calcular nada**.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) para a auto energia do escalar χ^0 a um *loop*.

b) Desenhe o(s) diagrama(s) para a auto energia do escalar Φ^- a um *loop*. Diga qual o grau superficial de divergência de cada diagrama, isto é, conte as potências do momento.

c) Desenhe o(s) diagrama(s) para as correcções ao vértice $\Phi^+\Phi^+\chi^0$ a um *loop*. Diga qual o grau superficial de divergência de cada diagrama, isto é, conte as potências do momento.

Dados

- $\hbar = c = 1$ implica: $1 = 3 \times 10^8 \mathrm{m\,s^{-1}}$, $1 = 197.327$ Mev fermi, 1fermi $= 10^{-15}$m
- A expressão para o spinor de energia positiva, na representação de Dirac é,

$$u(p,s) = \sqrt{E+m} \begin{bmatrix} \chi(s) \\ \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m}\chi(s) \end{bmatrix}$$

  Na mesma representação temos

$$\vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- No referencial do CM temos:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2}\frac{|\vec{p}_{\mathrm{CM}}|}{m^2}\overline{|M|}^2, \qquad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2\, s}\frac{|\vec{p}_{3\mathrm{CM}}|}{|\vec{p}_{1\mathrm{CM}}|}\overline{|M|}^2$$

  respectivamente para uma partícula de massa m que decai em duas, e para um processo $p_1 + p_2 \to p_3 + p_4$.