

Teoria do Campo – Série 1

Curso de Engenharia Física Tecnológica – 2009/2010

Entregar até 12/4/2010

Versão de 31/03/2010

1.1 Um feixe de electrões com energia $E_e = 100$ GeV, colide frontalmente com um feixe dum laser com energia $E_\gamma = 1$ eV. Qual é a energia dos fótons que são difundidos para trás, isto é, na direcção do feixe de electrões? Nessas condições qual a energia dos electrões?

1.2 Livro 1.3

Nota: Este problema é muito importante e vamos usar estes resultados muitas vezes.

1.3 Livro 1.8

Sugestão: Separe a equação radial, compare com a equação radial no átomo de hidrogénio. Faça uma tabela de correspondências e obtenha o resultado sem fazer nenhuma conta complicada.

1.4 Livro 1.13 e Livro 1.14

1. Mostre que, quando não se faz a aproximação não relativista, as expressões correctas para o movimento de precessão do electrão (ver Complemento 1.4), são

$$\Delta\vec{\beta} = \gamma^2\delta\vec{\beta}_\parallel + \gamma\delta\vec{\beta}_\perp, \quad \Delta\theta = \frac{\gamma-1}{\beta}\delta\vec{\beta} \times \hat{\beta}$$

O que conduz à expressão relativista para a frequência de precessão de Thomas,

$$\vec{\Omega}_T = \frac{\gamma-1}{\beta^2}\vec{\beta} \times \dot{\vec{\beta}} \quad (1)$$

Nota: Aqui expressão correcta relativista significa que não se pode fazer $\beta \ll 1$. No entanto continua-se a considerar $\delta\vec{\beta} \ll 1$. Partir da Eq. (1.126) ou ver o livro do Jackson.

2. Mostre que para uma partícula carregada num campo electromagnético se tem

$$\frac{d\vec{\beta}}{dt} = \frac{e}{\gamma mc} \left[\vec{E} + c\vec{\beta} \times \vec{B} - \vec{\beta} (\vec{\beta} \cdot \vec{E}) \right] \quad (2)$$

3. Considere a Eq. (1.287),

$$\frac{d\vec{S}'}{dt'} = \frac{1}{\gamma}\vec{F}' + \Omega_T \times \vec{S}' \quad (3)$$

onde

$$\vec{F}' = \frac{ge}{2m}\vec{S}' \times \vec{B}'$$

e \vec{B}' é o campo magnético no referencial próprio do electrão. Mostre que

$$\frac{1}{\gamma}\vec{F}' = \frac{ge}{2m}\vec{S}' \times \left[\vec{B} - \frac{\gamma}{\gamma+1}(\vec{\beta} \cdot \vec{B})\vec{\beta} - \frac{1}{c}\vec{\beta} \times \vec{E} \right] \quad (4)$$

4. Use os resultados das Eq. (1), Eq. (2) e Eq. (4) na Eq. (3) para deduzir a equação de Thomas, Eq. (1.290),

$$\frac{d\vec{S}'}{dt} = \frac{e}{m} \vec{S}' \times \left[\left(\frac{g}{2} - 1 + \frac{1}{\gamma} \right) \vec{B} - \left(\frac{g}{2} - 1 \right) \frac{\gamma}{\gamma + 1} (\vec{\beta} \cdot \vec{B}) \vec{\beta} - \left(\frac{g}{2} - \frac{\gamma}{\gamma + 1} \right) \frac{\vec{\beta} \times \vec{E}}{c} \right]$$

1.5 Livro 1.17

Nota: Quando conseguir fazer esta tabela de multiplicação, ficará seguro de que não mais terá problemas com as matrizes gama.

1.6 Livro 1.32

Nota: Demonstre somente duas das oito relações. Escolha as que quiser.