



**1º Exame: 8 de Junho de 2014 – 15h00**

**Duração: 2h30**

**I (3 valores)**

a) Considere a colisão  $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Sigma^0$ , no referencial do laboratório onde o protão está em repouso. Sabendo que  $m_p = 983.27 \text{ MeV}$ ,  $m_{\pi^-} = 139.57 \text{ MeV}$ ,  $m_{K^0} = 497.61 \text{ MeV}$ ,  $m_{\Sigma^0} = 1192.64 \text{ MeV}$ , determine o valor mínimo do momento linear do feixe de piões, para que o processo possa ocorrer.

b) Mostre que

$$\text{Tr}[\not{p}_1 \not{p}_2 \cdots \not{p}_{n-1} \not{p}_n] = \text{Tr}[\not{p}_n \not{p}_{n-1} \cdots \not{p}_2 \not{p}_1]$$

**II (3 valores)**

Desenhe os diagramas de Feynman para os processos seguintes no Modelo Standard:

a)  $e^+ + \nu_e \rightarrow e^+ + \nu_e$    b)  $e^- + \bar{\nu}_e \rightarrow W^- + \gamma$    c)  $H \rightarrow e^- + e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_e$

Não calcule nada, desenhe só os diagramas.

**III (5 valores)**

Considere o processo  $\nu_e(p_1) + \bar{u}(p_2) \rightarrow e^-(p_3) + \bar{d}(p_4)$  no Modelo Standard

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo

c) Desprezando as massas dos fermiões e considerando que a energia no referencial do centro de massa  $\sqrt{s} \ll M_Z, M_W$  determine a secção eficaz diferencial  $d\sigma/d\Omega$  nesse referencial, usando a técnica dos traços.

d) Mostre que a secção eficaz total pode ser escrita, nessa aproximação, como

$$\sigma = \frac{\lambda}{\pi} G_F^2 s$$

Determine  $\lambda$ .

**IV (5 valores)**

Considere o processo  $e^-(p_1) + \bar{\nu}_e(p_2) \rightarrow \mu^-(q_1) + \bar{\nu}_\mu(q_2) + \gamma(k)$  no Modelo Standard

a) Desenhe os diagramas e escreva a expressão para a amplitude. Os vértices relevantes estão no final do enunciado. Despreze as massas dos fermiões.

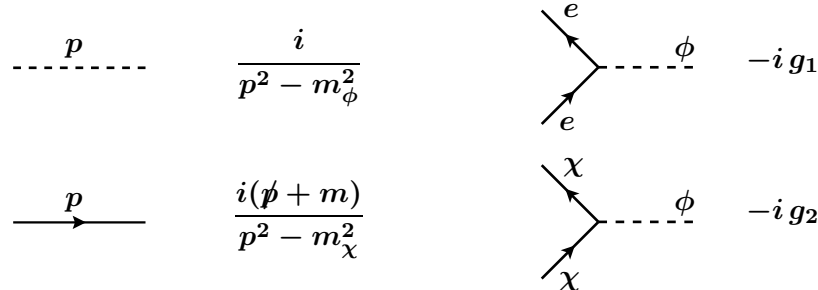
b) Mostre a invariância de gauge da amplitude, isto é, se escrevermos  $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k) \mathcal{M}_\mu$  onde  $k$  é o 4-momento do fóton, então devemos ter  $k^\mu \mathcal{M}_\mu = 0$ .

V (4 valores)

Considere a teoria descrita pelo Lagrangiano

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{QED}} + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi^2 + i \bar{\chi} \gamma^\mu \partial_\mu \chi - m_\chi \bar{\chi} \chi - g_1 \bar{\psi} \psi \phi - g_2 \bar{\chi} \chi \phi$$

onde  $\phi$  é um campo de spin 0 neutro,  $\chi$  é um campo de spin 1/2 neutro, e  $\psi$  é o electrão. As constantes  $g_1, g_2$  são adimensionais no sistema de unidades  $\hbar = c = 1$ . Para além de QED a teoria tem os seguintes propagadores e vértices extra:



Considere as correcções a um *loop* no modelo descrito acima. Em todas as respostas considere só diagramas irreduzíveis de uma partícula

- Desenhe o(s) diagrama(s) para a auto-energia do electrão a um *loop*.
- Desenhe o(s) diagrama(s) para a auto-energia do escalar  $\phi$  a um *loop*.
- Desenhe o(s) diagrama(s) para a correcção do vértice  $\bar{\psi} \psi \phi$  a um *loop*. Discuta o grau superficial de divergência.
- Desenhe o(s) diagrama(s) para a correcção do vértice  $\phi \phi \phi$  a um *loop*. Discuta o grau superficial de divergência.
- Discuta se a teoria descrita pelo Lagrangiano dado é renormalizável. Justifique cuidadosamente a resposta.

### Algumas expressões úteis

- No referencial CM temos:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2} \frac{|\vec{p}_{\text{CM}}|}{m^2} \frac{1}{|M|^2}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}_{3\text{CM}}|}{|\vec{p}_{1\text{CM}}|} \frac{1}{|M|^2}$$

para um decaimento e para o processo  $p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$ , respectivamente.

- $\text{Tr}[\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}\gamma_5] = -4i \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} a_\alpha b_\beta c_\gamma d_\delta$ ,  $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{\mu\nu\gamma\delta} = -2g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} + 2g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}$
- No Modelo Standard  $M_W = M_Z \cos \theta_W$ ,  $g_V^f = \frac{1}{2} T_3^f - Q_f \sin^2 \theta_W$ ,  $g_A^f = \frac{1}{2} T_3^f$  e  $G_F = \sqrt{2} g^2 / (8M_W^2)$ .

