



1º Exame: 15 de Junho de 2016 – 15h00

Duração: 2h30

I (3 valores)

a) O acelerador LEP, que funcionou no CERN em Geneve a partir de 1989, fazia colidir um feixe de eletrões com um feixe de positrões ambos com uma energia de $E_{\text{beam}} = 45.5 \text{ GeV}$. Calcule a energia do feixe de positrões que seria necessária para se ter a mesma energia no centro de massa, se os eletrões estivessem em repouso (experiência de alvo fixo). $m_e = 511 \text{ keV}$. Comente o resultado.

b) Na aula quando estudámos a renormalização do vértice em QED usámos o resultado seguinte:

$$\begin{aligned} \bar{u}(p') \Lambda_\mu^R(p', p) u(p) &= \bar{u}(p') \left[\left(G(q^2) + \delta Z_1 \right) \gamma_\mu + H(q^2) (p + p')_\mu \right] u(p) \\ &\equiv \bar{u}(p') \left[\gamma_\mu F_1(q^2) + \frac{i}{2m} \sigma_{\mu\nu} q^\nu F_2(q^2) \right] u(p) \end{aligned}$$

onde $q = p' - p$. Mostre que

$$\bar{u}(p') (p' + p)_\mu u(p) = \bar{u}(p') [i q^\nu \sigma_{\nu\mu} + 2m \gamma_\mu] u(p)$$

Use este resultado para verificar que

$$F_1(q^2) = G(q^2) + 2mH(q^2) + \delta Z_1, \quad F_2(q) = -2mH(q^2)$$

Sugestão: Note que $g^{\mu\nu} = \gamma^\mu \gamma^\nu + i \sigma^{\mu\nu}$.

II (3 valores)

Desenhe os diagramas de Feynman para os processos seguintes no Modelo Standard:

a) $e^- + e^+ \rightarrow W^- + W^+ + H$ b) $e^- + \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \gamma$ c) $H \rightarrow u + \bar{d} + \bar{u} + d$

Não calcule nada, desenhe só os diagramas. Despreze o acoplamento do Higgs com os leptões e quarks.

III (5 valores)

Considere o processo $e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow Z(p_3) + H(p_4)$ no Modelo Standard

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribui(em) em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo

c) Desprezando a massa do eletrão mostre que no referencial do centro de massa se tem

$$\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = \frac{4G_F^2 m_Z^4 s^2}{|D(s)|^2} (g_V^e{}^2 + g_A^e{}^2) \left[\frac{8m_Z^2}{s} + \lambda^2 (1 - \cos^2 \theta) \right]$$

onde

$$D(s) = (s - m_Z^2) + i m_Z \Gamma_Z, \quad \lambda = \sqrt{\left(1 - \frac{m_H^2}{s} - \frac{m_Z^2}{s} \right)^2 - \frac{4m_Z^2 m_H^2}{s^2}}$$

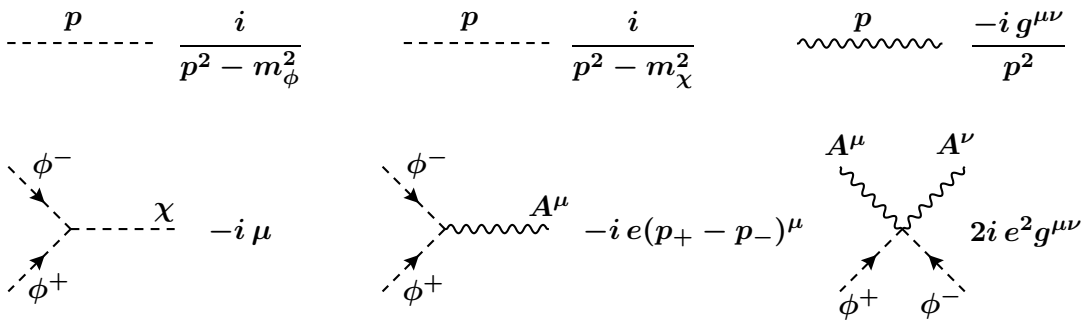
e θ é o ângulo que a direção do bóson Z faz com a direção do electrão no referencial do centro de massa.

- d) Determine a secção eficaz total para este processo no referencial do centro de massa.
- e) Para um acelerador em que $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$ quantos bosões de Higgs seriam produzidos por este processo para uma luminosidade integrada de $\int dt \mathcal{L} = 100 \text{ fb}^{-1}$?

Para os dois problemas seguintes considere a teoria descrita pelo Lagrangiano

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (\partial_\mu - i e A_\mu) \phi^- (\partial^\mu + i e A^\mu) \phi^+ + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi - m_\phi^2 \phi^+ \phi^- - \frac{1}{2} m_\chi^2 \chi^2 - \mu \phi^+ \phi^- \chi$$

onde χ é um campo de spin 0 neutro, ϕ^\pm é um campo de spin 0 carregado, e A^μ é o fóton. A constante e é a carga do próton (adimensional) e μ tem as dimensões duma massa no sistema de unidades $\hbar = c = 1$. A teoria tem os seguintes propagadores e vértices:



IV (5 valores)

Considere o processo $\phi^+(p_1) + \chi(p_2) \rightarrow \phi^+(p_3) + \gamma(k)$ no modelo acima descrito.

- a) Desenhe os diagramas e escreva a expressão para a amplitude em ordem mais baixa de teoria de perturbações.
- b) Mostre a invariância de gauge da amplitude, isto é, se escrevermos $\mathcal{M} \equiv \epsilon^{*\mu}(k) \mathcal{M}_\mu$ onde k é o 4-momento do fóton, então devemos ter $k^\mu \mathcal{M}_\mu = 0$. **Nota:** Todas as partículas estão *on-shell*.

V (4 valores)

Considere as correcções a um *loop* no modelo descrito acima. Em todas as respostas considere só diagramas irreduzíveis de uma partícula

- a) Desenhe o(s) diagrama(s) para a auto-energia do campo ϕ^+ um *loop*. Discuta o grau superficial de divergência.
- b) Desenhe o(s) diagrama(s) para a correcção do vértice $\gamma \phi^+ \phi^-$ a um *loop*. Discuta o grau superficial de divergência.
- c) Desenhe o(s) diagrama(s) para a correcção do vértice $\gamma \chi \chi$ a um *loop*. Discuta o grau superficial de divergência.
- d) Será a teoria renormalizável? Justifique cuidadosamente a resposta.

Algumas expressões úteis

- No referencial CM temos:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2} \frac{|\vec{p}_{\text{CM}}|}{m^2} |\overline{M}|^2, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}_{3\text{CM}}|}{|\vec{p}_{1\text{CM}}|} |\overline{M}|^2$$

para um decaimento e para o processo $p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$, respectivamente.

- $\text{Tr}[\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}\gamma_5] = -4i \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} a_\alpha b_\beta c_\gamma d_\delta$, $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{\mu\nu\gamma\delta} = -2g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} + 2g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}$
- No Modelo Standard $M_W = M_Z \cos \theta_W$, $g_V^f = \frac{1}{2}T_3^f - Q_f \sin^2 \theta_W$, $g_A^f = \frac{1}{2}T_3^f$ e $G_F = \sqrt{2} g^2 / (8M_W^2)$.
- Algumas constantes: $m_Z = 91.19 \text{ GeV}$, $\Gamma_Z = 2.495 \text{ GeV}$, $G_F = 1.1664 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$, $\sin^2 \theta_W = 0.23$, $m_H = 125 \text{ GeV}$, $\hbar c = 197.327 \text{ MeVfermi}$.
- Algumas interações

Diagram 1: Interaction of $\psi_{u,d}$ and $\psi_{d,u}$ via W_μ^\pm . The vertex factor is $-i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2}$.

Diagram 2: Interaction of ψ_f and ψ_f via Z_μ . The vertex factor is $-i \frac{g}{\cos \theta_W} \gamma_\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5)$.

Diagram 3: Interaction of ψ_f and ψ_f via A_μ . The vertex factor is $-ie Q_f \gamma_\mu$.

Diagram: A fermion loop with external momenta p_- , p_+ , and k . The loop is connected to a photon A_μ . The vertex factor is $-ie [g_{\alpha\beta} (p_- - p_+)_\mu + g_{\beta\mu} (p_+ - k)_\alpha + g_{\mu\alpha} (k - p_-)_\beta]$.

Diagram 1: Higgs production via fermion fusion. A dashed line H splits into two fermions f . The vertex factor is $-i \frac{g}{2} \frac{m_f}{M_W}$.

Diagram 2: Higgs production via gluon fusion. A dashed line H splits into W_μ^+ and W_ν^- . The vertex factor is $ig M_W g_{\mu\nu}$.

Diagram 3: Higgs production via gluon fusion. A dashed line H splits into Z_μ and Z_ν . The vertex factor is $i \frac{g}{\cos \theta_W} M_Z g_{\mu\nu}$.